# RENDICONTI

DELLE SEDUTE

## DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

**Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.**

*Seduta del 1° febbraio 1914.*

P. Blaserna, Presidente.


## MEMORIE E NOTE
## DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Chimica. — *Azioni chimiche della luce.* Nota XXVIII del Socio G. Ciamician e di P. Silber.

### Autossidazioni VII.

La presente Nota fa seguito alla nostra 25ª (1) Comunicazione, in cui abbiamo trattato dell'autossidazione di alcuni acidi organici.

*Acido acetico.* — Vennero esposti 4 gr. di questo acido in 200 d'acqua in un pallone di 4 litri pieno d'ossigeno, dall'aprile al novembre. Il prodotto è poco modificato, non precipita con la fenilidrazina, nè dà la colorazione colla naftoresorcina, osservata da C. Neuberg coi sali d'uranio (2). Precipitando frazionatamente il liquido neutralizzato, con nitrato d'argento, si osserva, peraltro, che l'ultima frazione e l'ultimo filtrato anneriscono per riscaldamento: indizio, questo, della presenza di *acido formico.* In una analoga esperienza fatta al bujo, non si ebbe nessuna riduzione. L'acido acetico dunque si autossida lentamente alla luce, con formazione di acido formico.

*Acido glicolico.* — Una soluzione di 3 gr. in 100 d'acqua rimase esposta alla luce, in un matraccio di un litro, dall'aprile al novembre. Aprendo il matraccio, si notò una forte pressione positiva, con svolgimento di anidride carbonica; ed il liquido aveva l'odore dell'*aldeide formica.* Questa venne

(1) Questi Rendiconti, vol. 22, I, pag. 539 (1913).
(2) Biochemische Zeitschrift, vol. 13, pag. 308.

riconosciuta trattando la metà del liquido col cloridrato di p-difenildiidrazina, secondo C. Neuberg (1). Il precipitato fondeva a 220°.

Analisi:

| | Trovato | Calcolato per $C_{14}H_{14}N_4$ |
|---|---|---|
| N | 23,75 | 23,53 |

L'altra metà, portata a secco a b. m., lasciò indietro un lieve residuo, per cui l'acido glicolico si autossida alla luce quasi completamente, dando anidride carbonica ed aldeide formica, analogamente all'acido lattico, che dà invece l'aldeide acetica (2).

*Acido ossalico.* — È noto che l'acido ossalico (3) si autossida, alla luce, in soluzione acquosa, producendo acido carbonico; noi abbiamo voluto accertare, per certe nostre ulteriori esperienze, in qual misura si compia l'ossidazione. A tale scopo, abbiamo esposto dall'aprile al novembre, in alcuni matracci da un litro pieni d'ossigeno, 2 o 5 gr. di acido ossalico cristallizzato, in 100 d'acqua. Le soluzioni vennero prima sterilizzate.

Dopo l'insolazione, si notò nei matracci forte pressione: il gas venne raccolto ed esaminato. Esso non conteneva, conformemente alle esperienze di Richardson, ossido di carbonio (4), ma soltanto anidride carbonica, insieme coll'eccesso dell'ossigeno commerciale adoperato.

Il liquido nei palloni non dava la reazione dell'acqua ossigenata. La soluzione al 2 % avea reazione neutra: e però, in questo caso, tutto l'acido ossalico era stato ossidato.

Nei matracci contenenti le soluzioni al 5 % venne dosato l'acido carbonico e l'acido ossalico rimasto inalterato. Si ebbe, dai 5 gr. d'acido ossalico, un residuo di 1,1 gr. e la quantità corrispondente di anidride carbonica.

*Acido malonico.* — Venne esposta una soluzione di 3 gr. d'acido malonico in 100 d'acqua, in matracci di 3 litri, dall'aprile al novembre. Aprendo i matracci, si svolse poco acido carbonico. Il contenuto venne distillato a vapore: e da 12 gr. d'acido malonico si ebbe un liquido, a saturare il quale occorsero 36 cc. di carbonato sodico normale. Il distillato odorava di aldeide formica. La soluzione venne precipitata frazionatamente con nitrato argentico; e tutte le frazioni dettero numeri, corrispondenti al sale dell'acido acetico. Cristallizzate dall'acqua, dettero lieve riduzione.

Analisi:

| | Trovato | | | Calcolato per $C_2H_3O_2Ag$ |
|---|---|---|---|---|
| Ag | 64,23 | 63,88 | 64,08 64,27 | 64,66 |

(1) Berichte, vol. 32, pag. 1961.

(2) Vedi la citata nostra 25ª Nota, a pag. 540.

(3) Vedi in proposito la Memoria di W. P. Jorissen e L. Th. Reicher, Zeitschrift für physikalische Chemie, vol. 31, pag. 142.

(4) Centralblatt, anno 1904, I, pag. 1144.

Gli altri omologhi successivi della serie ossalica, vengono, come il malonico, alterati dall'ossigeno, alla luce, in piccola misura.

*Acido succinico.* — La soluzione acquosa contenente 5 gr. di acido su 100 d'acqua per ogni matraccio capace di 5 litri d'ossigeno, restò esposta alla luce dall'aprile al novembre. Nell'aprire i matracci, si notò lieve pressione dovuta allo sviluppo di *anidride carbonica.*

Il liquido, che aveva l'odore della *aldeide acetica*, venne distillato: e dai primi 25 cc. di distillato raccolto, si ebbe, con la p-nitrofenilidrazina, il caratteristico composto (0,3 gr.) che fondeva a 128-129° (1).

Analisi:

| | Trovato | Calcolato per $C_8H_9O_2N_3$ |
|---|---|---|
| N | 23,33 | 23,46 |

La parte ulteriore del distillato, saturata con carbonato sodico, dette, col nitrato d'argento per precipitazione frazionata, le due seguenti frazioni:

Analisi:

| | Trovato | | Calcolato per $C_2H_3O_2.Ag$ | per $C_3H_5O_2.Ag$ |
|---|---|---|---|---|
| Ag | 64,42 | 62,50 | 64,66 | 59,66 |

che dimostrano la presenza di acido acetico, e forse, pure di quello propionico.

Il liquido rimasto indietro fornisce, per concentrazione, notevoli quantità di acido succinico inalterato; dalle acque madri di questo si ebbe, coll'acetato di fenilidrazina, un precipitato (0,1 gr.), che, purificato dal benzolo, fondeva a 169°. Esso era insolubile nei carbonati alcalini e si dimostrò identico col fenilosazone del *gliossale.*

L'acido succinico viene ossidato assai parzialmente, ma, quel poco, profondamente per azione della luce.

L'*acido pirotartrico* viene alterato in assai piccola misura dall'ossigeno alla luce, per cui non abbiamo studiato in modo esauriente i prodotti dell'autossidazione.

*Acido glicerico.* — Come s'è detto, l'acido lattico dà, per autossidazione, aldeide acetica ed anidride carbonica e però ci apparve desiderabile di conoscere il contegno dell'acido biossidrilato.

Vennero esposti, dall'aprile al novembre, due matracci da 3 litri, contenenti ciascuno 4 gr. d'acido glicerico in 100 d'acqua.

Aprendo i matracci, si notò lieve aspirazione; nel contenuto gassoso dei medesimi era presente l'*anidride carbonica.* La soluzione aveva odore d'*aldeide formica*, che venne dimostrata nei primi 25 cc. del distillato per mezzo della p-difenildiidrazina. L'idrazone relativo (0,9 gr. da 8 gr. d'acido glicerico) fondeva a 224°.

(1) Vedi Hyde, Berichte, vol. 32, pag. 1813.

Dal residuo della distillazione si ebbe, colla fenilidrazina, l'osazone del *gliossale*, dal punto di fusione 175°.

Analisi:

| | Trovato | Calcolato per $C_{14}H_{14}N_4$ |
|---|---|---|
| N | 23,53 | 23.53 |

*Acido saccarico.*— Abbiamo adoperato una soluzione al 4 % (Kahlbaum), che venne esposta a 100 gr. per volta in matracci da 3 litri o 4 litri, dall'aprile al novembre.

Aprendo i matracci, si sviluppò una grande quantità di anidride carbonica. L'acido era stato in gran parte scomposto, perchè dallo svaporamento di un matraccio (4 gr.) non si ebbe che un piccolo residuo (0,4 gr.). Il distillato conteneva acido formico; il residuo dette, colla fenilidrazina, un lieve precipitato rosso, che non potè essere analizzato.

C. Neuberg [1] ottenne, coi sali d'uranio, acidi chetonici e forse l'aldeide dell'acido tartrico.

Abbiamo notato che l'acido saccarico si ossida anche all'oscuro, sebbene in minore misura; nella soluzione conservata al bujo s'erano peraltro sviluppate delle muffe.

*Cumarina.* — Nella nostra VI Nota [2] abbiamo dimostrato che la cumarina si trasforma, per azione della luce, tanto allo stato solido, quanto in soluzione, in un polimero, nella cosiddetta idrodicumarina di Dyson [3]. Era però interessante l'esaminare il suo contegno alla luce in presenza di ossigeno.

A tale scopo vennero esposti in matracci di 3 litri, dall'aprile al novembre, 3 gr. di cumarina con 100 d'acqua per volta. Durante l'insolazione, s'era formata una specie d'emulsione di colore brunastro: e, aprendo i matracci, si notò aspirazione.

Il contenuto dei medesimi aveva l'odore dell'*aldeide salicilica*, ed era acido. Per neutralizzarlo, si richiesero 22,5 cc. di soluzione normale di carbonato sodico (per il prodotto ottenuto da 9 gr. di cumarina). Il liquido, in cui era sospesa la materia solida ed in parte cristallina, cedette all'etere uno sciroppo, che poi cristallizzò (0,9 gr.) in modo non completo, contenente la cumarina inalterata ed un po' di aldeide salicilica. La materia, insolubile nell'acqua e nell'etere, era la suaccennata *diidrocumarina* di Dyson. Raccolta e seccata, pesava 4,8 gr., corrispondente circa al 50 % della cumarina adoperata. Purificata dall'acido acetico glaciale, fondeva a 258°.

Dal liquido alcalino, così trattato, si ebbe, per aggiunta di acido solforico diluito, un precipitato fioccoso, brunastro, in gran parte insolubile nell'etere. La parte che si sciolse, purificata dall'acqua, si dimostrò essere

(1) Biochemische Zeitschrift, vol. 13°, pag. 308.
(2) Questi Rendiconti, vol. 12, II, pag. 530.
(3) Beilstein, vol. II, pag. 2026.

formata dall'*acido salicilico*, e da una sostanza che fondeva a 163°, di cui, per la sua piccola quantità, non potemmo determinare la composizione.

Per azione della luce sulla cumarina in presenza di ossigeno, si forma, come si vede, prevalentemente il suo polimero e, ciò che è notevole, in quantità assai maggiore che non in assenza di ossigeno. Nella nostra vecchia esperienza del 1903, da 10 gr. di cumarina ottenemmo soltanto 1,1 gr. di diidrocumarina. Noi abbiamo osservato anche in altre occasioni, con sostanze contenenti doppî legami (come il safrolo, l'eugenolo) che l'ossigeno, in presenza della luce, non favorisce sempre l'ossidazione, perchè, invece di prodotti bene bene definiti, abbiamo ottenuto materie resinose.

Sarà però necessario di esaminare altri casi per poter accertare se realmente le polimerizzazioni di composti olefinici alla luce vengano favorite dalla presenza di ossigeno.

*Acido oleico* (1). — L'autossidazione dell'acido oleico è un processo assai complicato per il notevole numero di prodotti che si ottengono. Esiste in proposito una ricerca dello Scala la quale, peraltro, non è esauriente (2).

Vennero esposti alla luce, dall'aprile al novembre, 10 matracci da 5 litri, contenenti ciascuno 5 gr. di acido oleico e 100 d'acqua. Aprendo i matracci, si notò forte aspirazione; il prodotto d'un odore rancido, è formato, da una massa semisolida sospesa nella soluzione acquosa, che ha reazione acida.

Per ottenere una prima separazione, si distillò il tutto col vapore acqueo per eliminare la parte volatile. Questa venne neutralizzata adoperando 140 cc. di carbonato sodico normale (dai 50 gr. di acido oleico). Estraendo il liquido neutro, che aveva un odore aldeidico, con etere, si ebbe una piccola quantità di prodotto, che dette un semicarbazone fusibile a 87°, ma in quantità insufficiente per un ulteriore esame.

Dalla soluzione sodica concentrata ed acidificata, si ricavarono, per estrazione con etere, 8,3 gr. di acidi grassi che furono sottoposti alla distillazione frazionata. Si raccolsero separatamente quattro porzioni, che alla lor volta vennero singolarmente frazionate per precipitazione con nitrato d'argento. La prima, che passava fra 100 e 145°, era formata prevalentemente da *acido formico*, come venne accertato dal suo contegno col nitrato d'argento. La seconda, che venne raccolta fra 145 e 235°, dette le seguenti frazioni di sali argentici:

Analisi:

| | I | II |
|---|---|---|
| Ag | 44,32 | 48,87 |

(1) Questa esperienza fa parte di una estesa ricerca sull'autossidazione delle materie grasse alla luce, a cui stiamo attendendo; la pubblichiamo staccata, perchè nell'ultimo fascicolo della Gazzetta chimica è annunciata una Memoria di F. Canzoneri e G. Bianchi, dal titolo: *Sull'irrancidimento dell'olio di oliva e sull'ossidazione dell'acido oleico in presenza della luce solare.*

(2) Alberto Scala, *Le stazioni sperimentali agrarie italiane*, vol. 30°, pag. 629; Centralblatt, anno 1898, parte I, pag. 440.

La terza, che passava fra 235° e 246°, venne suddivisa nelle seguenti porzioni:

Analisi:

| | I | II | III | IV | V | VI |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Ag | 41,36 | 41,54 | 42,85 | 43,23 | 44,50 | 46,67 |

Finalmente, l'ultima, che passò fra 246° e 258°, e segnatamente intorno al punto di ebollizione dell'*acido nonilico*, 253°-254°, si solidificò ponendola nel ghiaccio, e fuse a 12°.

Da questa ottenemmo le due frazioni seguenti:

Analisi:

| | I | II |
|---|---|---|
| Ag | 41,16 | 42,12 |

Tutti questi numeri sono compresi fra quelli richiesti dai sali argentici dell'acido capronico e dell'acido nonilico,

| | Calcolato per $C_6H_{11}O_4Ag$ | e per $C_9H_{17}O_4Ag$ |
|---|---|---|
| Ag | 40,75 | 48,43 |

per cui si deve ammettere che nell'autossidazione dell'acido oleico alla luce, oltre all'acido nonilico, si formano acidi inferiori, con prevalenza di quelli che seguono immediatamente il primo.

Il liquido rimasto indietro nella distillazione primitiva, aveva reazione acida e conteneva al fondo un olio giallognolo vischioso, che venne separato per filtrazione. La soluzione concentrata dette un'abbondante cristallizzazione, che, purificata dall'acqua, si presentò in squamette bianche dal punto di fusione 106°, che è quello dell'*acido azelaico*.

Analisi:

| | Trovato | Calcolato per $C_9H_{16}O_4$ |
|---|---|---|
| C | 57,25 | 57,44 |
| H | 8,67 | 8,51 |

Le acque madri vennero adoperate per ottenere una serie frazionata di sali argentici, che accennerebbero alla presenza di acidi più elevati dell'acido azelaico.

Analisi di una prima serie:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Ag | 49,27 | 51,23 | 52,09 | 52,85 | 53,52 | 54,87 |

Analisi d'una seconda serie:

| | Trovato | | Calcolato per $C_9H_{14}O_4Ag_2$ |
|---|---|---|---|
| Ag | 50,17 | 53,39 | 53,73 |

Finalmente, la parte oleosa semisolida venne trattata con etere, per cui, mentre la parte maggiore passava in soluzione, restò indietro una polvere bianca. Questa, purificata dall'alcool, si trasformò in pieghette perlacee dal punto di fusione 133°; l'*acido diossisteraico* fonde, secondo Lewkowitsch (1), a 132°-133°.

Analisi:

| | Trovato | Calcolato per $C_{18}H_{36}O_4$ |
|---|---|---|
| C | 68,10 | 68,35 |
| H | 11,48 | 11,39 |

La soluzione eterea suindicata lascia indietro, per svaporamento, una massa vischiosa, che, col tempo, si riempie di squamette, solubili in etere petrolico, per cui la massa potè venire esaurita con questo solvente. Non ostante il suo aspetto voluminoso, la sostanza solida era presente solo in piccole quantità: purificata dall'alcool metilico, fondeva a 56°.

La massa vischiosa giallastra, insolubile nell'etere petrolico, non conteneva acido oleico. Essa ha bisogno d'uno studio ulteriore, perchè si forma in quantità rilevante; dai 50 gr. di acido oleico, se ne ebbero 20 gr.

L'ossidazione dell'acido oleico alla luce procede in parte in modo regolare, cioè si forma l'acido diossistearico e gli acidi nonilico ed azelaico; ma questi, come s'è visto, non sono i soli prodotti che abbiamo ottenuto. All'oscuro, l'acido oleico in presenza d'ossigeno acquista soltanto una assai lieve reazione acida.

Anche in questa ricerca siamo stati assai utilmente coadiuvati dal sig. Emilio Sernagiotto, a cui esprimiamo la nostra gratitudine.

Matematica. — *Sul rotolamento di superficie applicabili in geometria ellittica ed iperbolica.* Nota del Socio Luigi Bianchi.

Matematica. — *Sulla classificazione delle superficie algebriche e particolarmente sulle superficie di genere lineare* $p^{(1)} = 1$. Nota I del Corrispondente F. Enriques.

Le Note precedenti saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

(1) Chemische Technologie und Analyse der Fette, Oele und Wachse. vol. I, pag. 137 (1905).

**Matematica** — *Su alcune equazioni integrali di Volterra risolubili con un numero finito di derivazioni e di integrazioni.* Nota del Corrisp. O. TEDONE.

1. In due Note precedenti (1), sull'equazione delle onde smorzate, ho messo in luce due relazioni integrali fra le funzioni di Bessel, che mi sono parse notevoli. La maniera però con la quale queste relazioni, in quelle Note, sono state dimostrate, non è quella con la quale ad esse sono pervenuto. Della loro esistenza ero da lungo tempo convinto, basandomi, principalmente, sulla risolubilità, alla quale fermamente credevo, del problema che poi, effettivamente, ho risoluto nella prima delle due Note citate. E solo in seguito a molti tentativi sono riuscito a costruire un procedimento che è capace di fornire molte relazioni analoghe a quelle di cui parliamo e che spesso sono adatte alla risoluzione di determinate equazioni integrali del tipo di Volterra. La descrizione di questo procedimento, in un caso speciale, e l'indicazione delle equazioni integrali che di conseguenza si riesce a risolvere, saran l'oggetto della presente Nota.

2. Ricordiamo che l'equazione

$$(1) \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + u = 0$$

si integra completamente col metodo delle caratteristiche di Riemann (2), e che la soluzione fondamentale della (1) relativa al punto $(x_0 , y_0)$ (vogliam dire la soluzione della (1) regolare in un intorno di $(x_0 , y_0)$ e che acquista il valore uno sulle due caratteristiche uscenti dal punto stesso) è

$$(2) \quad I_0(z) = J_0(z\sqrt{-1}) = \sum_0^\infty {}_i \frac{z^{2i}}{2^{2i}(i!)^2} \quad , \quad z = \sqrt{(y-y_0)^2 - (x-x_0)^2} \, .$$

Si tratti ora di costruire il più generale integrale della (1) nel campo $\tau$ formato dal quadrante positivo il cui contorno sia costituito, quindi, dalle parti positive degli assi coordinati. Se su questo contorno fossero noti i valori di $u$ e della sua derivata normale, la formola che discende dal metodo di Riemann e che, per brevità, chiameremo, senz'altro, formola di Riemann, è capace di risolvere la quistione in modo completo, di determinare cioè, in ogni punto $0 \equiv (x_0 , y_0)$ del campo, il corrispondente valore

(1) Vedi questi Rendiconti, sedute 31 maggio 1913 e 4 gennaio 1914.
(2) Vedi, p. es., Picard, Comptes rendus, vol. 117, 1893.

$u_0$ di $u$. Poniamo, per i valori che $u$ e $\frac{\partial u}{\partial y}$ assumono sull'asse $x$ positivo;

$$(3) \qquad u = f(x) \quad , \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \mathrm{F}(x);$$

e, per i valori che $u$ e $\frac{\partial u}{\partial x}$ assumono sull'asse $y$ positivo;

$$(3') \qquad u = \varphi(y) \quad , \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \Phi(y),$$

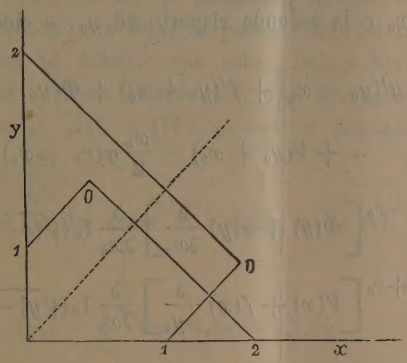
queste quattro funzioni essendo, per ragioni di continuità, soggette alle condizioni:

$$(3'') \qquad f(o) = \varphi(o) \quad , \quad f'(o) = \Phi(o) \quad , \quad \varphi'(o) = \mathrm{F}(o).$$

Conduciamo, quindi, per il punto $(x_0, y_0)$ le due caratteristiche

$$(4) \qquad y - x = y_0 - x_0 \quad , \quad y + x = y_0 + x_0$$

dell'equazione (1), ed osserviamo che la prima di queste caratteristiche in-




contra il contorno del campo $\tau$ in un solo punto che chiameremo 1 e che potrà cadere sull'asse $x$ o sull'asse $y$; mentre la seconda incontra il contorno di $\tau$ sempre in due punti di cui uno cade sull'asse $x$ e l'altro sull'asse $y$, e di cui uno solo (del resto, qualunque), e che chiameremo 2 sarà estremo dell'arco a cui è esteso l'integrale che comparisce nella formola di Riemann. Abbiamo quindi due modi diversi per risolvere la nostra quistione. La porzione di contorno di $\tau$ a cui è esteso l'integrale che comparisce nella formola di Riemann, sarà sempre limitata dai due punti 1 e 2. Però, nel primo modo il punto 1 cade sull'asse $y$ o sull'asse $x$, mentre il punto 2 cade costantemente sull'asse $x$; nel secondo modo, invece, il punto 1 può cadere sull'asse $x$ o sull'asse $y$, mentre il punto 2 cade costantemente sull'asse $y$. In corrispondenza di questi due modi, evidentemente diversi, di

poter determinare il valore di $u$ in uno stesso punto O del campo, abbiamo due formole che noi scriveremo, pel primo caso, nell'ipotesi $y_0 > x_0$, e, pel secondo caso, nell'ipotesi $y_0 < x_0$.

$$(I)\quad 2u_0 = \varphi(y_0 - x_0) + f(y_0 + x_0)$$
$$- \int_0^{y_0 - x_0} \left[ \Phi(y) + \varphi(y) \frac{\partial}{\partial x_0} \right] I_0 (\sqrt{(y - y_0)^2 - x_0^2})\, dy$$
$$+ \int_0^{y_0 + x_0} \left[ F(x) + f(x) \frac{\partial}{\partial y_0} \right] I_0 (\sqrt{y_0^2 - (x - x_0)^2})\, dx ,$$

$$(II)\quad 2u_0 = f(x_0 - y_0) + \varphi(x_0 + y_0)$$
$$+ \int_0^{x_0 + y_0} \left[ \Phi(y) + \varphi(y) \frac{\partial}{\partial x_0} \right] I_0 (\sqrt{(y - y_0)^2 - x_0^2})\, dy$$
$$- \int_0^{x_0 - y_0} \left[ F(x) + f(x) \frac{\partial}{\partial y_0} \right] I_0 (\sqrt{y_0^2 - (x - x_0)^2})\, dx .$$

A queste formole conviene aggiungere quelle che si ottengono derivando la (I) rispetto ad $x_0$ e la seconda rispetto ad $y_0$, e cioè:

$$(I')\quad 2 \frac{\partial u_0}{\partial x_0} = - \varphi'(y_0 - x_0) + f'(y_0 + x_0) + \Phi(y_0 - x_0)$$
$$+ F(y_0 + x_0) - \frac{x_0}{2} \varphi(y_0 - x_0) + \frac{y_0}{2} f(y_0 + x_0)$$
$$- \int_0^{y_0 - x_0} \left[ \Phi(y) + \varphi(y) \frac{\partial}{\partial x_0} \right] \frac{\partial}{\partial x_0} I_0 (\sqrt{(y - y_0)^2 - x_0^2})\, dy$$
$$+ \int_0^{y_0 + x_0} \left[ F(x) + f(x) \frac{\partial}{\partial y_0} \right] \frac{\partial}{\partial x_0} I_0 (\sqrt{y_0^2 - (x - x_0)^2})\, dx ,$$

$$(II')\quad 2 \frac{\partial u_0}{\partial y_0} = - f'(x_0 - y_0) + \varphi'(x_0 + y_0) + \Phi(x_0 + y_0)$$
$$+ F(x_0 - y_0) - \frac{x_0}{2} \varphi(x_0 + y_0) + \frac{y_0}{2} f(x_0 - y_0)$$
$$+ \int_0^{x_0 + y_0} \left[ \Phi(y) + \varphi(y) \frac{\partial}{\partial x_0} \right] \frac{\partial}{\partial y_0} I_0 (\sqrt{(y - y_0)^2 - x_0^2})\, dy$$
$$- \int_0^{x_0 - y_0} \left[ F(x) + f(x) \frac{\partial}{\partial y_0} \right] \frac{\partial}{\partial y_0} I_0 (\sqrt{y_0^2 - (x - x_0)^2})\, dx .$$

Col modo (I) di risolvere la quistione, $f(x)$ ed $F(x)$ si possono dare ad arbitrio. Sempre, quando il punto O si avvicina ad un punto dell'asse $x$ positivo, di ascissa $x_0$, $u_0$ e $\frac{\partial u_0}{\partial x_0}$ tendono ai valori $f(x_0)$ ed $F(x_0)$ rispet-

tivamente. Se vogliamo, invece, che, anche quando O tende ad un punto dell'asse $y$ positivo e di ordinata $y_0$, $u_0$ e $\frac{\partial u_0}{\partial x_0}$ tendano a $\varphi(y_0)$ o $\Phi(y_0)$, devono essere soddisfatte certe condizioni, le quali si ricavano subito dalle (I) e (I') facendo tendere $x_0$ a zero e ponendo $\varphi(y_0)$ e $\Phi(y_0)$ al posto dei limiti di $u_0$ e di $\frac{\partial u_0}{\partial x_0}$.

Noi ammettiamo come dimostrato (giacchè la dimostrazione si fa facilmente) che, data, oltre alle due funzioni $f(x)$ ed $F(x)$, una delle altre funzioni $\varphi(x)$, o $\Phi(y)$, è univocamente determinato $u$ in tutto il campo $\tau$, e quindi, anche l'altra delle due ultime funzioni. Ammettiamo inoltre come dato dall'intuizione, dall'intuizione fisica, p. es., che ad ogni sistema di funzioni $f(x)$, $F(x)$, $\varphi(y)$, ovvero $f(x)$, $F(x)$, $\Phi(y)$, corrisponde una effettiva soluzione della (I) regolare in tutto il campo $\tau$ e tale, che al contorno, essa e la derivata normale acquistano quei valori che sono stati ad esse assegnati. Queste ammissioni a noi sono lecite, perchè noi abbiamo di mira di scoprire certe formole che, in ogni modo, conviene poi verificare.

Col modo (II) di risolvere il problema, le cose vanno semplicemente invertite. Le funzioni $\varphi(y)$ e $\Phi(y)$ si possono dare ad arbitrio; e delle altre due, se ne può dare ad arbitrio una sola, $f(x)$, o $F(x)$. L'altra di queste due ultime funzioni è allora determinata, e si ottengono equazioni atte ad ottenerla facendo nella (II), o (II'), $y_0 = 0$ e ponendo $f(x_0)$, $F(x_0)$ per i limiti di $u_0$ e di $\frac{\partial u_0}{\partial y_0}$.

3. Andando al limite, come si è detto, nelle (I), (I'), per $x_0 = 0$, si trova:

$$
(III)\quad \left\{
\begin{aligned}
\varphi(y_0) &= f(y_0) - \int_0^{y_0} \Phi(y)\, I_0(y - y_0)\, dy \\
&\qquad + \int_0^{y_0} \left[ F(x) + f'(x) \frac{\partial}{\partial y_0} \right] I\left(\sqrt{y_0^2 - x^2}\right) dx , \\
\Phi(y_0) &= F(y_0) + \frac{y_0}{2} f(y_0) - \varphi'(y_0) + f'(y_0) \\
&\qquad + \int_0^{y_0} \varphi(y) \frac{I_1(y - y_0)}{y - y_0}\, dy \\
&\qquad - \int_0^{y_0} \left[ F(x) + f(x) \frac{\partial}{\partial y_0} \right] \frac{\partial}{\partial x} I_0\left(\sqrt{y_0^2 - x^2}\right) dx .
\end{aligned}
\right.
$$

Queste due equazioni non possono essere distinte rispetto alle due funzioni $\varphi(y)$ e $\Phi(y)$, a causa delle osservazioni fatte, e devono quindi essere l'una conseguenza dell'altra.

Similmente, facendo tendere $y_0$ a zero nelle (II), (II'), e ponendo $f(x_0)$, $F(x_0)$ per i limiti di $u_0$ e di $\frac{\partial u_0}{\partial y_0}$, si trova:

$$\text{(IV)}\quad \begin{cases} f(x_0) = \varphi(x_0) - \int_0^{x_0} F(x)\, J_0(x - x_0)\, dx \\ \qquad + \int_0^{x_0} \left[ \Phi(y) + \varphi(y) \frac{\partial}{\partial x_0} \right] J_0(\sqrt{x_0^2 - y^2})\, dy, \\ F(x_0) = \Phi(x_0) - \frac{x_0}{2} \varphi(x_0) - f'(x_0) + \varphi'(x_0) \\ \qquad + \int_0^{x_0} f(x) \frac{J_1(x - x_0)}{x - x_0}\, dx \\ \qquad - \int_0^{x_0} \left[ \Phi(y) + \varphi(y) \frac{\partial}{\partial x_0} \right] \frac{\partial}{\partial y} J_0(\sqrt{x_0^2 - y^2})\, dy. \end{cases}$$

Anche su queste equazioni possono ripetersi osservazioni analoghe alle precedenti. In definitiva, poi, le (IV) non possono essere che le (III) stesse sotto un aspetto diverso.

4. Se, in due qualunque delle (III), (IV), riteniamo che siano diverse da zero soltanto quelle, delle nostre quattro funzioni $f$, $F$, $\varphi$, $\Phi$, rispetto alle quali esse compaiono risolute, otteniamo una serie di equazioni integrali del tipo di Volterra, con le corrispondenti formole di risoluzione. Trascurando di riportare quelle equazioni integrali che si possono ottenere da quelle già scritte col semplice scambio delle funzioni I nelle corrispondenti funzioni J, avremo:

$$a)\quad \begin{cases} \varphi(y_0) = -\int_0^{y_0} \Phi(y)\, I_0(y - y_0)\, dy\,, \\ \Phi(y_0) = -\varphi'(y_0) + \int_0^{y_0} \varphi(y) \frac{I_0(y - y_0)}{y - y_0}\, dy\,; \end{cases}$$

$$b)\quad \begin{cases} \varphi(y_0) = f(y_0) + \int_0^{y_0} f(x) \frac{\partial}{\partial y_0} I_0(\sqrt{y_0^2 - x^2})\, dx \\ \qquad = \frac{\partial}{\partial y_0} \int_0^{y_0} f(x)\, I_0(\sqrt{y_0^2 - x^2})\, dx\,, \\ f(x_0) = \varphi(x_0) + \int_0^{x_0} \varphi(y) \frac{\partial}{\partial x_0} J_0(\sqrt{x_0^2 - y^2})\, dy \\ \qquad = \frac{\partial}{\partial x_0} \int_0^{x_0} \varphi(y)\, J_0(\sqrt{x_0^2 - y^2})\, dy; \end{cases}$$

$$c)\quad \begin{cases} \varphi(y_0) = \displaystyle\int_0^{y_0} F(x)\, I_0(\sqrt{y_0^2 - x^2})\, dx\,, \\ F(x_0) = \dfrac{x_0}{2}\,\varphi(x_0) + \varphi'(x_0) + \displaystyle\int_0^{x_0} \varphi(y)\, \frac{\partial^2}{\partial y\, \partial x_0}\, J_0(\sqrt{x_0^2 - y^2})\, dy \\ \qquad\qquad = \dfrac{\partial}{\partial x_0} \displaystyle\int_0^{x_0} \varphi'(y)\, J_0(\sqrt{x_0^2 - y^2})\, dy\,; \end{cases}$$

$$d)\quad \begin{cases} \Phi(y_0) = F(y_0) - \displaystyle\int_0^{y_0} F(x)\, \frac{\partial}{\partial x}\, I_0(\sqrt{y_0^2 - x^2})\, dx \\ \qquad\qquad = \displaystyle\int_0^{y_0} F'(x)\, I_0(\sqrt{y_0^2 - x^2})\, dx\,, \\ F(x_0) = \Phi(x_0) - \displaystyle\int_0^{x_0} \Phi(y)\, \frac{\partial}{\partial y}\, J_0(\sqrt{x_0^2 - y^2})\, dy \\ \qquad\qquad = \displaystyle\int_0^{x_0} \Phi'(y_0)\, J_0(\sqrt{x_0^2 - y^2})\, dy\,. \end{cases}$$

Possiamo subito osservare che le formole *c*) e *d*) si deducono immediatamente dalle *b*); sicchè, di equazioni fondamentalmente distinte, che così scorgiamo come risolubili, ve ne sono due tipi soltanto. Le funzioni date, e le funzioni incognite, soddisfano, per il valore zero dell'argomento, a condizioni che facilmente si scorgono e per cui noi non insistiamo su di esse. In questa Nota, infine, non ci occuperemo di ulteriori verifiche.

5. Dalle relazioni (III) e (IV), oltre ai precedenti risultati, si può ottenere un non piccolo numero di relazioni integrali fra le funzioni di Bessel, che possono riuscire utili in date quistioni. Se nelle (III), ad es., facciamo $f = \Phi = 0$, abbiamo:

$$\varphi(y_0) = \int_0^{y_0} F(x)\, I_0(\sqrt{y_0^2 - x^2})\, dx\,,$$

$$0 = F(y_0) - \varphi'(y_0) + \int_0^{y_0} \varphi(y)\, \frac{I_1(y - y_0)}{y - y_0}\, dy - \int_0^{y_0} F(x)\, \frac{\partial}{\partial x}\, I_0(\sqrt{y_0^2 - x^2})\, dx\,.$$

Eliminando, quindi, la funzione $\varphi$ fra queste due equazioni, troviamo:

$$\int_0^{y_0} F(x)\, dx \left\{ \int_x^{y_0} \frac{I_1(y - y_0)}{y - y_0}\, I_0(\sqrt{y^2 - x^2})\, dy - \left( \frac{\partial}{\partial y_0} + \frac{\partial}{\partial x} \right) I_0(\sqrt{y_0^2 - x^2}) \right\} = 0\,.$$

Ed essendo, in questa equazione, $F(x)$ una funzione arbitraria, siamo condotti

alla relazione fra le funzioni di Bessel che abbiamo verificata nella seconda delle Note in principio citate.

6. Dalle equazioni integrali indicate nel n. 4, altre numerose se ne possono ricavare egualmente risolubili, come le prime, con un numero finito di derivazioni e di integrazioni. Una di queste nuove equazioni è stata risoluta nella prima delle due Note citate. E sull'argomento dovrò ritornare in una prossima occasione per completare lo studio del problema iniziato in quella Nota. Qui vogliamo aggiungere ancora le osservazioni seguenti: È chiaro che molte sono le equazioni integrali di Volterra, risolubili con un numero finito di derivazioni e di integrazioni. È anche più che probabile che non tutte queste equazioni sieno suscettibili di una tale soluzione. Si potrà stabilire un criterio per distinguere un caso dall'altro? Mi parrebbe molto interessante una risposta, in un senso qualunque, a questa domanda. Il concetto di solubilità di un'equazione integrale (e forse sarà utile di considerare insieme il caso più generale di un'equazione integro-differenziale) di Volterra, con un numero finito di derivazioni e di integrazioni, oltre, si intende, ad operazioni algebriche, costituirebbe, per queste equazioni, l'analogo del concetto di risolubilità per radicali delle equazioni algebriche e della risolubilità, per quadrature, delle equazioni differenziali ordinarie.

**Matematica.** — *Forma geometrica delle condizioni per la deformabilità delle ipersuperficie.* Nota del dott. E. Bompiani, presentata dal Corrispondente G. Castelnuovo.

1. Il problema della deformabilità delle $V_n$ di $S_{n+1}$ fu esaminato per una $V_3$ di $S_4$ dallo Schur [1] e risoluto nello stesso caso dal Bianchi [2]: nell'indirizzo del Bianchi, ma con metodo diverso, lo Sbrana [3] ha trattato e risoluto il problema nel caso generale. Questi ha trovato che condizione necessaria per la deformabilità è che la $V_n$ sia luogo di $\infty^2 S_{n-2}$ ed abbia lungo ciascuno uno $S_n$ tangente fisso: sicchè, servendosi dell'immagine ipersferica di Gauss della $V_n$ si è condotti a studiare un'equazione di Laplace. E la condizione necessaria e sufficiente per la deformabilità è appunto assegnata in rapporto ad un suo gruppo di soluzioni.

[1] F. Schur, *Ueber die Deformation eines dreidimensionalen Raumes in einem ebenen vierdimensionalen Raume*, Math. Ann. Bd. XXVIII, pp. 343-353, § II.

[2] L. Bianchi, *Sulle varietà a 3 dimensioni deformabili entro lo spazio euclideo a quattro dimensioni*, Mem. della Società ital. delle Scienze (detta dei XL), ser. III, tom. XIII (1905), pp. 261-323.

[3] U. Sbrana. *a*) *Sulla varietà ad $n-1$ dimensioni deformabili nello spazio euclideo ad $n$ dimensioni*, Rend. del Circ. Mat. di Palermo, t. XXVII (1909), pp. 1-45; *b*) *Sulla deformazione infinitesima delle ipersuperficie*, Ann. di Matem. (3), vol. 15 (1908), pp. 329-348.

Per quanto il problema possa dirsi risoluto (salvo, s'intende, l'effettiva integrazione dell'equazione detta) mi pare opportuno dare alla soluzione una forma più geometrica: al che si riesce facilmente giovandosi dei risultati recentemente acquisiti nella geometria proiettivo-differenziale degli iperspazii. E precisamente mostrerò come si giunga, con considerazioni proiettive, alla condizione necessaria e come si associ alla $V_n$, in modo intrinseco (cioè indipendente dalla rappresentazione di Gauss), un'equazione di Laplace: dalla rigidità degli spazii generatori di $V_n$ dedurrò poi la condizione necessaria e sufficiente. Questa mette in luce un tipo di applicabilità che, indipendentemente dal caso attuale, mi sembra offra interesse per una ricerca di carattere generale.

2. Per non interrompermi nel seguito, ricordo un teorema sulle varietà $V_k$ che con le coordinate proiettive omogenee dei loro punti $x_i(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k)$ soddisfano ad uno o più gruppi di equazioni simultanee alle derivate parziali, lineari ed omogenee, del tipo:

$$a_1 \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1^2} + a_2 \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2} + \cdots + a_k \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_k} + \\ + \alpha_{1k} \frac{\partial x}{\partial \tau_k} + \cdots + a_{11} \frac{\partial x}{\partial \tau_1} + \alpha_{10} x = 0,$$

$$a_1 \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_2 \partial \tau_1} + a_2 \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_2^2} + \cdots + a_k \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_2 \partial \tau_k} + \\ + \alpha_{2k} \frac{\partial x}{\partial \tau_k} + \cdots + \alpha_{21} \frac{\partial x}{\partial \tau_1} + \alpha_{20} x = 0,$$

. . . . . .

. . . . . .

$$a_1 \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_k \partial \tau_1} + a_2 \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_k \partial \tau_2} + \cdots + a_k \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_k^2} + \\ + \alpha_{kk} \frac{\partial x}{\partial \tau_k} + \cdots + \alpha_{k1} \frac{\partial x}{\partial \tau_1} + \alpha_{k0} x = 0$$

(ove i coefficienti sono funzioni delle $\tau$). Prescindendo da qualunque ipotesi sull'essere le $x_i$ soluzioni di altre equazioni o meno, si dimostra [1] che:

*Se una* $V_k$ *rappresenta* $m$ $(< k)$ *gruppi distinti di tali equazioni, essa è luogo di* $S_m$ *ed ammette lungo ognuno di essi lo stesso spazio tangente fisso* [2].

[1] E. Bompiani, *Sistemi di equazioni simultanee alle derivate parziali a caratteristica*, Atti R. Accad. delle Scienze di Torino, vol. IL (1913-1914), nn. 9, 13. Se invece di coordinate omogenee si adoperano coordinate non omogenee, le equazioni non debbono contenere i termini in $x$ (cioè $\alpha_{i0} = 0$).

[2] Accenno al ragionamento semplicissimo che conduce al risultato nel caso di un

3. Veniamo ora al nostro problema.

Si abbia dunque una $V_n$ in uno $S_{n+1}$ euclideo: se si sceglie l'origine delle coordinate sulla varietà, e l'iperpiano ivi tangente come quello di equazione $x_{n+1} = 0$, la $V_n$ si rappresenta nell'intorno dell'origine, in coordinate non omogenee, con l'equazione:

$$x_{n+1} = F(x_1, x_2, \dots, x_n) = \tfrac{1}{2} \Sigma_{ik} c_{ik} x_i x_k + \cdots, \quad (i, k = 1, \dots, n)$$

ove

$$c_{ik} = \left(\frac{\partial^2 x_{n+1}}{\partial x_i \, \partial x_k}\right)_{x_1 = 0, \dots, x_n = 0} = \left(\frac{\partial^2 x_{n+1}}{\partial x_i \, \partial x_k}\right)^0 .$$

Perchè la varietà sia deformabile nell'intorno dell'origine (1) debbono annullarsi tutti i minori del terz'ordine estratti dal determinante delle $c$ (2)

$$\begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ c_{n1} & c_{n2} & \dots & c_{nn} \end{vmatrix} .$$

---

sol gruppo di equazioni. Si consideri il punto $x(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k)$ (le cui coordinate omogenee $x_i$ sono soluzioni delle equazioni scritte) e insieme ad esso il punto

$$A = a_1 \frac{\partial x}{\partial \tau_1} + a_2 \frac{\partial x}{\partial \tau_2} + \cdots + a_k \frac{\partial x}{\partial \tau_k}$$

(le cui coordinate si ottengono apponendo gli indici alla $x$). Mentre il punto $x$ varia sulla $V_k$ la retta $xA$ descrive una varietà $V'$ che ha dimensione $k$ o $k+1$ secondo che la $xA$ è tutta contenuta in $V_k$ (e in tal caso $V' \equiv V_k$) oppure no. Per decidere cerchiamo la dimensione dello spazio tangente a $V'$ in un punto qualsiasi della retta $xA$. Esso, come si riscontra subito, è determinato dai punti

$$x, A, \frac{\partial A}{\partial \tau_1}, \frac{\partial A}{\partial \tau_2}, \dots, \frac{\partial A}{\partial \tau_k},$$

quindi non dipende dal punto scelto sulla generatrice, ma solo da $x$, e coincide, in virtù delle equazioni scritte, con lo $S_k$ tangente in $x$ a $V_k$. Dunque $V' \equiv V_k$ è rigata ed ammette uno $S_k$ tangente fisso per tutti i punti di una generatrice, c. d. d.

Si noti che nella dimostrazione non è stato necessario derivare le equazioni date, e che quindi il risultato vale per ogni singolo punto $x$ per cui valgano quelle equazioni.

(1) F. Schur, loc. cit., pag. 345.

(2) Se fossero nulle tutte le $c$ la $V_n$ sarebbe uno $S_n$, se fossero nulli tutt'i minori del 2° ordine la $V_n$ sarebbe la (n-1)-esima sviluppabile di una curva: casi evidenti a priori.

Ciò equivale alla possibilità di scrivere gli $n-2$ gruppi di equazioni seguenti:

$$\begin{cases} m_1 c_{11} + n_1 c_{21} + p_1 c_{31} = 0 \\ m_1 c_{12} + n_1 c_{22} + p_1 c_{32} = 0 \\ \cdots\cdots\cdots\

tamente vicine: per la genericità dello $S_4$ si conclude che ciascuno degli $S_{n-2}$ generatori della $V_n$ è incontrato da due degli infinitamente vicini in $S_{n-3}$, o, in altre parole, gli $\infty^2$ $S_{n-2}$ possono distribuirsi *in due modi*, come spazii osculatori ad $\infty^1$ curve. Le due superficie luoghi di questi spigoli di regresso contengono un doppio sistema coniugato di linee (*caratteristiche*) del quale quelle curve fan parte: son due superficie della specie $\Phi$ [1] cioè le coordinate proiettive omogenee dei punti $(x_i)$ di una di esse (riferita ai parametri variabili separatamente sulle caratteristiche) sono soluzioni di un'equazione di Laplace:

$$\frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2} + a \frac{\partial x}{\partial \tau_1} + b \frac{\partial x}{\partial \tau_2} + cx = 0.$$

Anzi le due superficie possono considerarsi ottenute, una dall'altra, applicando $n-2$ volte a ciascuna la trasformazione di Laplace (in un determinato verso) [2]; le equazioni rappresentate dalle due superficie *focali* si ottengono allo stesso modo una dall'altra.

Queste $V_2$ focali non sono le più generali della specie $\Phi$ (con un doppio sistema coniugato) perchè la condizione trovata è semplicemente necessaria, e le altre condizioni per la deformabilità debbono appunto riflettersi sulla natura di queste $V_2$. Lasciando al num. successivo il precisare queste particolarità, possiamo intanto dire che la nostra $V_n$ ammette la generazione seguente:

*Si consideri in* $S_{n+1}$ *una particolare superficie* $V_2$ *con un doppio sistema coniugato, rappresentante cioè un'equazione di Laplace*:

$$\frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2} + a \frac{\partial x}{\partial \tau_1} + b \frac{\partial x}{\partial \tau_2} + cx = 0.$$

*Gli* $S_{n-2}$ *osculatori alle curve di un sistema descrivono la* $V_n$ [3].

5. Non però ogni $V_n$ così costruita è deformabile. Lo Sbrana ha dimostrato analiticamente (e si potrebbe confermare con ragionamenti infini-

[1] C. Segre, *Su una classe di superficie degli iperspazi, legata colle equazioni alle derivate parziali di 2° ordine*, Atti R. Accad. delle Scienze di Torino, vol. XLII (1906-1907), pp. 1047-1079.

[2] E. Bompiani, *a*) *Sull'equazione di Laplace*, Rend. del Circ. Mat. di Palermo, tom. XXXIV (1912), pp. 383-407, n. 3; *b*) *Sur les configurations de Laplace*, Comptes Rendus de l'Ac. des Sciences de Paris, tom. 156 (1913), pp. 603-605, n. 3.

[3] Cfr. per $n = 3, 4, 5$, Sbrana, loc. cit., *a*) § 20; *b*) § 7 in fine; per $n$ qualunque rimane confermata una fondata supposizione dello Sbrana (loc. cit., *a*), § 21): l'identità dei suoi enunciati con i nostri dipende appunto dalle considerazioni citate nella nota precedente, per le quali si può fare a meno di considerare le superficie intermedie fra due date in una certa successione di trasformate di Laplace. Per es. che i piani tangenti ad una superficie $\Phi$ possano considerarsi come osculatori alle caratteristiche (in un sistema) di una trasformata di $\Phi$ risulta dalla mia Nota cit. *b*), n. 3.

tesimali) che gli $S_{n-2}$ si mantengono rigidi nella deformazione. Vogliamo tradurre questa condizione in un'altra relativa alle superficie focali.

Intanto è chiaro che con la $V_n$ si deformano queste $V_2$ lasciando coniugati i sistemi coniugati. Ma poichè gli $S_{n-2}$ rimangono rigidi, e questi (per il num. prec.) sono osculatori ad un sistema di caratteristiche su ciascuna $V_2$, di queste caratteristiche rimangono inalterati nella deformazione tutti gli elementi contenuti in uno $S_{n-2}$, cioè le prime $n-3$ curvature. E poichè in queste condizioni esiste effettivamente una deformazione (finita o infinitesima) della $V_n$ (secondo che le $V_2$ focali sono deformabili in modo finito o infinitesimo) [1] si ha:

*Condizione necessaria e sufficiente perchè la* $V_n$ *costruita al numero precedente sia deformabile, è che si possano deformare (in modo finito o infinitesimo) le due* $V_2$ *focali (ciascuna* $(n-2)$*-esima trasformata di Laplace dell'altra) in modo che si conservino inalterate le prime* $n-3$ *curvature delle caratteristiche a cui gli* $S_{n-2}$ *di* $V_n$ *sono osculatori.*

Solo per ($n=3$, cioè per) $S_4$ il problema di deformare, nel modo ordinario e simultaneamente, due superficie contigue in una successione di Laplace coincide con la ricerca delle $V_3$ deformabili [2].

La deformazione di una $V_n$ avviene, quando sia possibile, deformando le sviluppabili formate dagli $S_{n-2}$ e lasciando questi inalterati: ma le $(n-2)$-esime sviluppabili di due curve non sono sovrapponibili con i loro spazii generatori se le due curve non hanno le stesse prime $n-2$ curvature nei punti che verranno a sovrapporsi. Nel nostro caso questi spigoli di regresso sono le caratteristiche (in un sistema) delle superficie focali: sicchè, mentre dal teorema precedente risulta necessario che dette caratteristiche conservino nella deformazione le prime $n-3$ curvature, *esse conservano effettivamente anche le* $(n-2)$*-esime.*

Il problema che nasce nel caso più generale di deformare una superficie lasciando inalterate certe curvature di un suo dato sistema di linee, mi pare di per sè interessante: e mi propongo di ritornarvi altrove.

6. Ogni $V_\nu$ ($\nu < n$) contenuta in $V_n$ è deformabile.

[1] Analiticamente le condizioni si presentano in modo distinto: cfr. i due lavori dello Sbrana.

[2] Cfr. Sbrana, loc. cit., *a*), § 19.

Matematica. — *Sulle equazioni integrali di prima specie del tipo Fredholm.* Nota del prof. C. Severini, presentata dal Socio S. Pincherle.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Matematica. — *Sur certaines équations intégrales.* Nota di J. Soula, presentata dal Socio V. Volterra.

Cette Note est consacrée à l'étude de quelques équations de la forme:

$$(1)\quad (a_0 + \overset{\times\times}{F_0})\overset{\times\times}{K^m}(xy) + (a_1 + \overset{\times\times}{F_1})\overset{\times\times}{K^{m-1}}(xy) + \cdots + (a_{m-1} + \overset{\times\times}{F_{m-1}})\overset{\times\times}{K}(xy) + F_m(xy) = 0,$$

où $F_0, F_1, \ldots, F_m$ sont des fonctions données intégrables dans le champ des variables réelles $(a \leq x \leq b,\ a \leq y \leq b)$, où $a_0, a_1, \ldots, a_{m-1}$ sont des constantes, où $K(xy)$ est la fonction inconnue, $\overset{\times\times}{K^m}(xy)$ la puissance composée d'ordre $m$ du noyau $K(xy)$, où enfin les symboles tels que

$$(a_{m-1} + \overset{\times\times}{F_{m-1}})\overset{\times\times}{K}(xy)$$

représentent le résultat de la composition de deuxième espèce:

$$(a_{m-1} + \overset{\times\times}{F_{m-1}})\overset{\times\times}{K}(xy) = a_{m-1}K(xy) + \int_a^b F(xs)\,K(sy)\,ds.$$

Ces équations ont été étudiées, dans certains cas, par MM. Lauricella et Volterra (1). Je voudrais surtout montrer que les équations de la forme (1) peuvent être classées en catégories très différentes par la nature de leurs solutions.

1. Commençons par supposer $F_m(xy)$ égal à zéro et $a_{m-1}$ différent de zéro. L'équation peut s'écrire:

$$K(xy) = -\frac{1}{a_{m-1}}\int_a^b N(xs)\,K(sy)\,ds$$

avec

$$N(xy) = (a_0 + \overset{\times\times}{F_0})\overset{\times\times}{K^{m-1}}(xy) + \cdots + \overset{\times\times}{F_{m-1}}\overset{\times\times}{K}(xy).$$

Admettons que $K(xy)$ soit une solution bien determinée de cette équation. En regardant $y$ comme un paramètre fixe, on peut dire que $K(xy)$ est solution d'une équation de Fredholm sans second membre de noyau $N(xy)$ pour la constante caractéristique $-\frac{1}{a_{m-1}}$. Le noyau $N(xy)$ est inconnu;

(1) Lauricella, Atti della R. Accad. dei Lincei, 18 juin 1911 et 16 mars 1913; Annali di Matematica, octobre 1913. Volterra, Atti della R. Accad. dei Lincei, 28 avril 1911 et 27 juillet 1913; *Leçons sur les fonctions de lignes, professées à la Sorbonne*, page 183.

nous savons, cependant, qu'il ne peut admettre qu'un nombre fini de solutions fondamentales linéairement distinctes pour la constante $-\frac{1}{a_{m-1}}$. Je désigne ces solutions fondamentales par

$$a_1(x), a_2(x), \dots, a_n(x).$$

La solution fondamentale $K(xy)$ est une combinaison linéaire de celles-là, dont les coëfficients peuvent dépendre du paramètre $y$. $K(xy)$ est donc de la forme:

$$(2) \qquad K(xy) = a_1(x)\,b_1(y) + a_2(x)\,b_2(y) + \cdots + a_n(x)\,b_n(y).$$

2. Je me contenterai de ce résultat dans le cas général.

Supposons les fonctions $F_0, F_1, \dots, F_m$ deux à deux permutables, et ne cherchons que les fonctions $K(xy)$ permutables à $F_0, F_1, \dots, F_m$.

J'ai démontré (1) que, dans ces conditions, $a_1(x), a_2(x), \dots, b_1(y), b_2(y), \dots$ sont des combinaisons linéaires des fonctions principales de $F_i(xy)$: et cela pour toutes les valeurs de $i$.

Dans cette Note je n'étudierai qu'un cas particulier dont j'aurai besoin tout à l'heure: le cas où les fonctions $F_i(xy)$ sont des sommes de puissances composées, d'un même noyau $G(xy)$

$$(3) \qquad F_i(xy) = e_{i1}\,G(xy) + e_{i2}\,G^{\times\times}(xy) + \cdots \qquad (i = 0, 1, \dots, m-1);$$

ces séries étant intégrables terme à terme; et encore je ne chercherai pas systématiquement toutes les solutions.

1°) Soient $\varphi(x)$ et $\psi(y)$ deux solutions fondamentales de $G(xy)$ à droite et à gauche, correspondant à une même constante caractéristique de $G(xy)$, telles, de plus, que

$$\int_a^b \varphi(x)\,\psi(x)\,dx = 1,$$

ce qui exige que la constante caractéristique soit simple.

$\varphi(x)$ et $\psi(y)$ sont aussi solutions fondamentales de $F_i(xy)$ et on a:

$$\int_a^b F_i(xs)\,\varphi(s)\,ds = \frac{\varphi(x)}{\mu_i} \quad , \quad \int_a^b F_i(sy)\,\psi(s)\,ds = \frac{\psi(y)}{\mu_i}$$

$$(i = 0, 1, \dots, m-1).$$

Cherchons une solution de la forme $\frac{\varphi(x)\,\psi(y)}{\lambda}$. On aura:

$$\varphi(x)\,\psi(y)\left[\left(a_0 + \frac{1}{\mu_0}\right)\frac{1}{\lambda^m} + \left(a_1 + \frac{1}{\mu_1}\right)\frac{1}{\lambda^{m-1}} + \cdots + \left(a_{m-1} + \frac{1}{\mu_{m-1}}\right)\frac{1}{\lambda}\right] = 0$$

(1) Atti della R. Accad. dei Lincei, 16 février 1913.

et il est toujours possible de choisir $\lambda$ pour qu'il en soit ainsi (si $m > 1$).

$\varphi(x)$ étant ainsi choisi, si on remplaçait $\psi(y)$ par une fonction quelconque $\psi'(y)$ telle que

$$\int_a^b \varphi(s)\,\psi'(s)\,ds = 1\,,$$

$\dfrac{\varphi(x)\,\psi'(y)}{\lambda}$ serait toujours une solution de (1); mais elle ne serait plus permutable à $\mathrm{F}_i(xy)$.

2°) Supposons qu'il existe deux fonctions $h(x)$, $l(y)$, telles que

$$(4)\qquad \int_a^b h(s)\,l(s)\,ds = 1\,,\quad \int_a^b \mathrm{G}(xs)\,h(s)\,ds = \int_a^b \mathrm{G}(sy)\,l(s)\,ds = 0\,.$$

Cherchons une solution de la forme $\dfrac{h(x)\,l(y)}{\lambda}$. On devra avoir:

$$h(x)\,l(y)\left[\frac{a_0}{\lambda^m} + \frac{a_1}{\lambda^{m-1}} + \cdots + \frac{a_{m-1}}{\lambda}\right] = 0\,,$$

et on pourra trouver $\lambda$ vérifiant cette condition.

3°) Soient deux solutions $\mathrm{K}(xy)$ et $\mathrm{K}'(xy)$ de l'équation (1), telles que:

$$\overset{\times\times}{\mathrm{K}}\,\overset{\times\times}{\mathrm{K}'} = \overset{\times\times}{\mathrm{K}'}\,\overset{\times\times}{\mathrm{K}} = 0\,.$$

$\mathrm{K} + \mathrm{K}'$ est alors solution de (1). Or les solutions déjà trouvées peuvent être supposées ortogonales deux à deux.

On pourrait trouver de même des solutions formées non plus exclusivement avec des solutions fondamentales, mais aussi avec des fonctions principales.

*L'équation* (1), *quand les* $\mathrm{F}_i(xy)$ *ont la forme* (3) *et quand* $\mathrm{F}_m(xy)$ *est nul et* $a_{m-1}$ *non nul, admet en général une infinité de solutions de la forme* (2), *et n'admet que des solutions de cette forme.*

3. Étudions maintenant l'équation:

$$(5)\qquad (a_0 + \overset{\times\times}{\mathrm{F}_0})\,\overset{\times\times}{\mathrm{K}^m}(xy) + (a_1 + \overset{\times\times}{\mathrm{F}})\,\overset{\times\times}{\mathrm{K}^{m-1}}(xy) + \cdots + \\ + (1 + \overset{\times\times}{\mathrm{F}_{m-1}})\,\overset{\times\times}{\mathrm{K}}(xy) + \mathrm{F}_m(xy) = 0\,,$$

où le coëfficient constant de $\mathrm{K}(xy)$ est différent de zéro (nous le supposons égal à 1) et où les fonctions $\mathrm{F}_0$, $\mathrm{F}_1$, ... sont des sommes de puissances composées d'un même noyau $z\mathrm{G}(xy)$

$$\mathrm{F}_i(xy) = e_{i1}\,z\mathrm{G}(xy) + e_{i2}\,\overset{\times\times}{z^2\mathrm{G}^2}(xy) + \cdots \qquad (i = 0\,,1\,,\ldots\,,m)\,.$$

Supposons $G(xy)$ borné; supposons aussi, qu'il existe une série à rayon de convergence infini, a coëfficients réels positifs

$$A_1 z + A_2 z^2 + \cdots + A_n z^n + \cdots$$

telle que

$$|e_{in}| < A_n \qquad (i = 0, 1, \ldots, m).$$

On aura, alors,

$$|e_{in} \overset{\times\times}{G}{}^n(xy)| < A_n d^n,$$

$d$ étant un nombre positif fixe.

Les fonctions $F_i(xy)$, et aussi les séries

$$f_i(z) = e_{i1} z + e_{i2} z^2 + \cdots + e_{in} z^n + \cdots \qquad (i = 0, 1, \ldots, m),$$

sont des fonctions entières de $z$; de plus, $F_i(xy)$ admet une série majorante indépendante de $x$ et de $y$.

Employons la méthode de M. Volterra sous la forme indiquée par M. Lebesgue (1). Écrivons l'équation obtenue en remplaçant, dans (5), $zG(xy)$ par $z$, $K(xy)$ par $u$ et les opérations de composition par des produits. On obtient

$$(6) \qquad (a_0 + f_0(z))\, u^m + (a_1 + f_1(z))\, u^{m-1} + \cdots + \\ + (1 + f_{m-1}(z))\, u + f_m(z) = 0.$$

La solution de cette équation algébrique en $u$, qui devient nulle pour $z = 0$, peut être considérée comme branche d'une fonction analytique non uniforme de $z$, et peut être developpée en série à rayon de convergence fini:

$$(7) \qquad u = f(z) = c_1 z + c_2 z^2 + c_3 z^3 + \cdots$$

Les points singuliers de la fonction analytique $f(z)$ seront désignés par $\beta_1, \beta_2, \ldots$

Considérons la série:

$$(8) \qquad F(z|xy) = c_1 z\, G(xy) + c_2 z^2 \overset{\times\times}{G}{}^2(xy) + c_3 z^3 \overset{\times\times}{G}{}^3(xy) + \cdots$$

Elle peut définir une fonction analytique de $z$, $F(z|xy)$. Ses coëfficients sont les produits des coëfficients de même rang de la série (7) et de la série

$$(9) \qquad \mathcal{G}(z|xy) = z\, G(xy) + z^2 \overset{\times\times}{G}{}^2(xy) + z^3 \overset{\times\times}{G}{}^3(xy) + \cdots$$

Cette dernière fonction, noyau résolvant de $G(xy)$ a pour pôles les constantes caractéristiques de $G(xy)$: $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots$

On sait, d'aprés M. Hadamard que $F(z|xy)$, a pour points singuliers les seuls points $\alpha_i \beta_j$.

(1) Société math. de France, tome XL, 1912.

4. La fonction $F(z|xy)$ n'est pas, en général, uniforme: mais on peut obtenir une de ses déterminations par la formule de Parseval

$$F(z|xy) = \int_C \mathcal{G}(t|xy)\, f\left(\frac{z}{t}\right)\frac{dt}{t},$$

(C) étant un contour du plan de la variable complexe $t$ qui laisse à l'extérieur les points $\alpha_1, \alpha_2, \ldots$ et qui entoure les points $\frac{z}{\beta_i}$ et l'origine. Un pareil contour existe toujours si $z$ n'est pas un point d'affixe $\alpha_i \beta_j$.

Transformons cette formule en remplaçant $\mathcal{G}(t|xy)$ par l'expression qu'en donne M. Fredholm:

$$\mathcal{G}(t|xy) = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} t^n D_n(xy)}{\Delta(t)},$$

dont le numérateur et le dénominateur sont des fonctions entières de $t$. On sait, de plus, que le numérateur admet une série majorante dont les termes sont indépendants de $x$ et de $y$. L'expression $\frac{f\left(\frac{z}{t}\right)}{t\,\Delta(t)}$ est une fonction holomorphe de $t$ sur le contour (C) et dans une région annulaire entourant le contour ($z$ n'étant pas singulier). Son module admet une borne supérieure. La série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{t^n f\left(\frac{z}{t}\right)}{t\,\Delta(t)} D_n(xy)$$

peut donc s'intégrer terme à terme. On a donc un résultat de la forme:

$$F(z|xy) = \sum_{1}^{\infty} P_n(z) \,.\, D_n(xy)\,; \tag{10}$$

et cette dernière série admet, pour une valeur déterminée de $z$, une série majorante dont les termes sont indépendants de $x$ et de $y$. On peut donc intégrer terme à terme en $x$ et $y$ la série (10), et aussi les produits de séries de la forme (10) obtenues de la même manière. D'autre part, on démontre sans difficulté que les fonctions $D_n(xy)$ sont des sommes d'un nombre fini de puissances composées de $G(xy)$.

On pourra conclure, de ces remarques que les puissances composées de $F(z|xy)$ défini par l'équation (10) sont des fonctions analytiques de $z$; que $F(z|xy)$ est permutable à $G(xy)$ et aussi à toute fonction bornée permutable à $G(xy)$.

5. Montrons, maintenant, que $F(z|xy)$ vérifie l'équation (5). Si on remplace $K(xy)$ par $F(z|xy)$, le premier membre de l'équation (5) est d'après

ce qui précède une fonction analytique de $z$. Si $z$ est inférieur au rayon de convergence de la série (8), cette fonction est nulle; les calculs qui permettront de la vérifier, correspondent à ceux qui permettent de vérifier que la série (7) est solution de l'équation (6). Si maintenant $z$ prend une valeur quelconque, cette même fonction analytique reste nulle.

*Il existe donc une solution de l'équation* (5) *pour toute valeur de* $z$, *qui n'est pas de la forme* $\alpha_i \beta_j$.

6. Supposant que $z$ n'est pas une de ces valeurs singulières, cherchons les autres solutions de l'équation (5) permutables à $G(xy)$.

On a vu qu'elles seront aussi permutables à la solution déjà obtenue, $F(xy) . K(xy)$ étant une de ces solutions, posons:

$$K(xy) = F(xy) + \Phi(xy) .$$

L'équation que vérifie $\Phi(xy)$, est de la forme:

$$(11) \qquad (a_0 + \overset{\times\times}{H_0})\,\overset{\times\times}{\Phi^m}(xy) + (a_1 + \overset{\times\times}{H_1})\,\overset{\times\times}{\Phi^{m-1}}(xy) + \cdots + \\ + (1 + \overset{\times\times}{H_{m-1}})\,\overset{\times\times}{\Phi}(xy) = 0 ,$$

où on a

$$H_0 = F_0 \; ; \; H_1 = F_1 + m\,(a_0 + \overset{\times\times}{F_0})\,\overset{\times\times}{F} \; ;$$

$$H_2 = F_2 + (m-1)\,(a_1 + \overset{\times\times}{F_1})\,\overset{\times\times}{F} + \frac{m(m-1)}{2}\,(a_0 + \overset{\times\times}{F_0})\,\overset{\times\times}{F^2} ;$$

Ces fonctions $H_i(xy)$ peuvent donc être developpées en séries régulièrement convergentes, dont les termes sont des sommes de puissances composée de $G(xy)$. Les considérations du paragraphe 2 sont donc applicables.

*Si* $z$ *n'est pas une valeur singulière, l'équation* (5) *admet en général une infinité de solutions. Ces solutions s'obtiennent en ajoutant à* $F(xy)$ *des fonctions de la forme*

$$a_1(x)\,b_1(y) + \cdots + a_n(x)\,b_n(y) ,$$

*les* $a(x)$ *et* $b(y)$ *étant certaines combinaisons linéaires des fonctions principales de* $G(xy)$.

La même méthode peut être appliquée au cas où les fonctions envisagées dépendent non plus d'un seul noyau $G(xy)$, mais de plusieurs fonctions permutables (1).

Si la constante $a_{m-1}$ est nulle, le problème est de nature bien différente; c'est ce que montrent les exemples traités par. M. Lauricella.

(1) Lebesgue, loc. cit.

Meccanica celeste. — *Esame analitico della teoria del Fabry e del Crommelin sull'origine delle comete.* Nota del dott. ing. G. Armellini, presentata dal Socio T. Levi-Civita.

Matematica. — *Sur la représentation des fonctionnelles continues.* Nota II di R. Gateaux, presentata dal Socio V. Volterra.

Fisiologia. — *Sull'adattamento degli Anfibi all'ambiente liquido esterno mediante la regolazione della pressione osmotica dei loro liquidi interni. Importanza dei sacchi linfatici e della vescica urinaria.* Nota di Brunacci, presentata dal Socio L. Luciani.

Le precedenti Note saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

Fisica. — *Sull'uso dei reticoli di diffrazione nella misura della dilatazione termica od elastica dei cristalli.* Nota II di G. Guglielmo, presentata dal Socio P. Blaserna.

Per acquistar conoscenza della pratica dal metodo descritto nella Nota antecedente, ho determinato con esso il coefficiente di dilatazione termica del bronzo da telescopî d'un buon reticolo (*Best*) di Rowland, concavo, di 3 metri di raggio, lungo 8,5 cm. e con 568 linee per millimetro.

L'estensione ed il potere riflettente di questo reticolo erano certo maggiori di quelli che si potrebbero ottenere sulla faccia d'un cristallo, e quindi gli spettri erano più nitidi e brillanti; però è anche da notare che la piccola divergenza dei raggi solari coi quali ho sempre sperimentato, non mi permetteva di giovarmi di tutta l'estensione del reticolo, ma solo di pochi centimetri di esso. Inoltre l'apparecchio provvisorio, messo su con i soliti sostegni da laboratorio, comodi ma imperfetti, richiedeva molteplici adattamenti, spesso contrastanti e non molto stabili, per ottenere le migliori condizioni per l'osservazione; cosicchè spesso queste condizioni erano già inizialmente non ottime, e peggioravano nel corso dell'esperienza (tanto che, qualche volta, essa riusciva perciò vana), dimodochè è probabile che, coll'evitare queste deficienze, possa esser compensata la minor bontà del reticolo.

Due cause di spostamenti delle righe non considerate nel calcolo precedente perchè irregolari ed evitande, sono gli spostamenti del reticolo e

quelli dei raggi incidenti sulla sua superficie quando l'oculare non è bene in foco.

Non credendo di poter ottenere l'immobilità assoluta del reticolo, ho cercato di procedere in modo da poter eliminare o correggere gli effetti di questi movimenti. Prima ho disposto la fessura sul centro di curvatura del reticolo, dimodochè i raggi incidenti fossero perpendicolari alla sua superficie e producessero quindi due serie simmetriche di spettri nelle quali le righe, per effetto del riscaldamento, si spostavano in sensi opposti, mentre, per effetto dei movimenti del reticolo si spostavano nello stesso senso, quindi sulla media dei valori assoluti degli spostamenti d'una riga in due spettri simmetrici i piccoli spostamenti del reticolo non influivano.

In seguito, poichè gli spettri simmetrici avevano luminosità molto diverse, volli osservare nel modo indicato dal Rowland e generalmente seguìto: cioè scambiai le posizioni della fessura e dell'oculare, che quindi era diretto perpendicolarmente al reticolo, e verificai la posizione di questo, per le necessarie correzioni, osservando (coll'oculare stesso) l'immagine, prodotta da esso, di un'astina o di una fessura verticale fissa all'oculare, convenientemente illuminata.

Ho usato finalmente un'altra disposizione molto comoda: collocai cioè l'oculare presso la fessura (allato o al disopra) dimodochè fosse approssimativamente $i = e$ ed ho verificato la posizione del reticolo nel modo ora detto, ma con un apposito oculare perpendicolare ad esso.

Per mettere in fuoco l'oculare, non era sufficiente di spostarlo finchè le righe dello spettro apparissero nitide, giacchè, per effetto della ristrettezza del fascio e della grande distanza focale, la posizione così ottenibile era molto incerta; invece spostavo lo specchio del portaluce in modo che i raggi incidenti si muovessero da un lato all'altro del reticolo. Se l'oculare era bene in fuoco le righe rimanevano immobili; se queste si muovevano l'oculare non era in fuoco, e dal senso del movimento si deduceva facilmente (seguendo sulla carta l'andamento dei raggi) se l'oculare era troppo vicino al reticolo, o troppo lontano.

È tuttavia da notare che, ad eccezione dello spettro normale osservato colla 2ª delle suddette disposizioni, tutti gli altri sono più o meno inclinati (tanto più, quanto maggiore è cos $e$) rispetto al piano focale dell'oculare: quindi una sola riga può trovarsi esattamente su di esso, e per essa sola l'oculare è esattamente in foco; per le altre a destra o a sinistra, l'oculare è o troppo lontano o troppo vicino al reticolo. Tuttavia queste differenze sono piccole.

Nelle prime esperienze, il reticolo, all'aria libera, era tenuto ad uno degli angoli inferiori con una morsa di ferro, mentre l'altro angolo riposava sopra un tubo di quarzo collocato sopra un piano molto stabile che sosteneva anche la morsa.

Il centro di curvatura del reticolo si trovava sulla fessura (verticale come le linee dello stesso); osservavo le due righe del sodio nei due spettri di 1° ordine, con due oculari di Mittenzwey (Huygens), di 20 mm. di distanza focale equivalente, provvisti di micrometri oculari (1 cm. diviso in decimi di millimetro), collocati nel piano focale fra le due lenti. Questi oculari, molto comodi per la grande ampiezza del campo, dànno presso gli orli un ingrandimento un po' diverso che al non centro. Feci le opportune correzioni osservando, coll'aiuto d'un buon obbiettivo, un oggetto lontano cilindrico e quante divisioni questo occupava al centro e presso gli orli.

Riscaldavo il reticolo passando rapidamente e ripetutamente sul suo dorso una fiamma Bunsen, e poi lo lasciavo raffreddare liberamente, cioè lentamente, grazie alla gran massa ed al piccolo potere emissivo. Determinavo la sua temperatura mediante una coppia rame-costantano premuta contro la faccia anteriore, ricoperta essa coppia da un dischetto di foglia di rame, che facilitava l'uniforme distribuzione della temperatura, e da un disco di panno spesso (sovrapposto al rame) che difendeva la coppia dall'azione raffreddante dell'aria esterna. Volevo saldare la coppia ad un lato del reticolo; ma, a contatto del saldatore ben caldo, si produsse nel bronzo una scheggia lunga 2 cm.. spessa all'incirca 1 mm., che venne proiettata parecchi decimetri lontano.

Qualche volta, giovandomi d'una profonda cavità rimasta nel getto del bronzo fuso e situata proprio nel mezzo del dorso del reticolo, collocai la coppia suddetta in questa cavità che avevo riempita di petrolio; due coppie identiche collocate simultaneamente nei due modi suddetti, davano indicazioni eguali. L'altra coppia termoelettrica, costantano-morsetto, era all'aria libera a contatto con un termometro a mercurio.

Le intensità della corrente erano misurate da un galvanometro Wiedemann, di cui avevo determinato la sensibilità in gradi termometrici collocando la coppia termoelettrica, entro un tubo di vetro, nella stufa per il punto 100° dei termometri.

Durante le esperienze osservavo successivamente la deviazione nel galvanometro, la posizione delle righe nei due spettri, e poi nuovamente la deviazione del galvanometro e la temperatura dell'ambiente; e ripetevo queste osservazioni ad intervalli di un quarto d'ora o più.

Sebbene in queste esperienze, più che altro d'orientamento, si possano essere insinuate gravi cause d'errore (alcune delle quali ho man mano riconosciuto ed eliminato), credo utile di riferire alcuni risultati. Nella seguente tabella si trovano nella prima linea le temperature medie del reticolo, e nella seconda gli spostamenti medii osservati (delle righe del sodio nei due spettri di 1° ordine), espressi in divisioni del micrometro:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Temperatura . . . | 25° | 40°,4 | 57°,5 | 41°,4 | 36°,4 | 32°,4 |
| Spostamento . . . | 0 | 3,6 | 6,6 | 3,9 | 2,9 | 2,1 |

La distanza delle due righe del sodio era di 9,8 divisioni.

Non ho creduto conveniente di ricavare lo spostamento più probabile per il riscaldamento di 1°, combinando due a due le suddette osservazioni, e facendo la media dei valori; e neppure ho creduto utile di applicare il metodo dei minimi quadrati. Mi è parso invece preferibile di procedere graficamente, ed ho segnato su carta millimetrata 6 punti aventi per ascisse le temperature, per ordinate gli spostamenti corrispondenti. Essi punti avrebbero dovuto trovarsi all'incirca sopra una sola linea retta; invece (così in questa, come nelle posteriori determinazioni) essi sono disposti su due o più rette parallele, molto vicine, poichè, quando il reticolo, alla fine dell'esperienza, riprendeva la temperatura iniziale, le righe invece rimanevano un po' spostate. Il valore dello spostamento per grado, che si deduce da una o dall'altra di queste rette, è lo stesso: e nella precedente esperienza era di 8,3 divisioni per 40°, cioè

$$\delta a = 83\ ,\ \delta T = 40°\ ,\ \lambda_1 - \lambda_2 = 0{,}6\ \mu\mu\ ,\ a_1 - a_2 = 9{,}8\ ,\ \lambda = 589\ \mu\mu.$$

Se ne ricava dunque, trascurando le correzioni, $K = 22.10^{-6}$.

In due successive serie di determinazioni, eseguite nello stesso modo, osservai la posizione delle due righe del sodio negli spettri di 2° ordine, la loro distanza essendo, a 26°, di 13,5 divisioni oculari; nella seguente tabella, in cui sono esposti i risultati, nella prima linea trovansi le deviazioni galvanometriche, nella 2ª gli spostamenti delle righe:

| $\delta T$ | 50,5 | 83,5 | 43,5 | 22,5 | 67,5 | 41,5 | 30,0 | 23,6 | 18,7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $de$ | 7,3 | 11,4 | 5,4 | 2,84 | 8,9 | 5,8 | 4,0 | 3,35 | 2,1 |

Procedendo nel modo grafico sopra indicato, per una deviazione galvanometrica di 81 divisioni, ossia per un riscaldamento di 37°, è risultato uno spostamento delle righe di 11,06 divisioni: quindi, $K = 22.10^{-6}$.

Le correzioni, per il variare di $i$, $e$, $\lambda$, sono complessivamente nulle; difatti $i_1 = i = 0$: quindi tang $i_1 = 0$ e $d'e = 0$. Inoltre si ha:

$$d''e = \text{tang}\ e_1 \frac{n}{n-1} \frac{\delta T}{T}\ ,\quad d'''e = -\frac{m\lambda}{s \cos e} \frac{n}{n-1} \frac{\delta T}{T}\ .$$

Ma dalla (1), per $i = 0$, si ricava sen $e = m\lambda/s$; e poichè $e = e_1$, i valori di $d''e$ e $d'''e$ risultano uguali e di segno contrario.

In seguito ho sostenuto il reticolo mediante un doppio T orizzontale d'ottone con viti di pressione, fissato ad un'asta pure d'ottone, ed inoltre lo circondai con una scatola di lamina di rame spessa 1 mm., di 11×11×4 cm³, che aveva anteriormente un taglio o finestra orizzontale, alta 1 cm., e larga 10 cm., che lasciava scoperta la parte mediana dell'intero reticolo; riscaldavo questa scatola con una serie di fiammelle e misuravo la temperatura del reticolo nel modo già indicato.

Osservai la posizione delle righe $b$ nello spettro normale di 3° ordine; siccome la lunghezza d'onda delle righe più sottili di questo gruppo, più

comoda per l'osservazione, non mi era nota, la dedussi dalla loro posizione data dal micrometro oculare, riferendola alle righe $b_1$, $b_2$, $b_4$ di lunghezza d'onda nota.

Credo inutile di riferire minutamente i risultati di tre serie di determinazioni eseguite in condizioni poco diverse. Due righe aventi una differenza di lunghezza d'onda 0,97 $\mu\mu$ apparivano nel micrometro oculare distanti 33,6 divisioni: quindi 1 divisione corrispondeva a 0,029 $\mu\mu$. Un riscaldamento di 50° produsse nelle tre serie spostamenti, in media, di 19,6 divisioni; ne risulta quindi: $K = 21{,}4.10^{-6}$. Anche in questo caso le correzioni sono complessivamente nulle.

In seguito ho collocato il reticolo entro un bagno d'aria completamente chiuso, formato da un recipiente d'ottone a modo di campana, a doppia parete, riposante sopra un disco di rame provvisto d'un foro, per cui passava l'asta che portava il reticolo. L'intervallo fra le due pareti era aperto in alto, ma munito di coperchio; era ripieno d'acqua e conteneva un serpentino in cui facevo passare una corrente di vapor d'acqua a 100°. Un tubo orizzontale d'ottone, di 3 cm. di diametro, ad un lato del bagno, a metà altezza, ne attraversava le due pareti, alle quali era saldato; esso veniva chiuso con un disco di vetro a faccie piane e parallele, attraverso il quale entravano i raggi incidenti ed uscivano quelli emergenti, poichè, per evitare la necessità di due tubulature, orientavo il reticolo in modo che i raggi incidenti che formavano le righe da osservare avessero la stessa direzione dei raggi emergenti. Per verificare la posizione del reticolo facevo girare la campana suddetta, che ne era affatto indipendente, finchè la tubulatura fosse perpendicolare alla superficie del reticolo ed osservavo (nel modo già indicato) la posizione del l'immagine di un'astina o di una fessura.

Osservai ancora la posizione delle righe $b$, ma nello spettro di 4° ordine. Sarebbe stato possibile di osservarle, con aumento della sensibilità, negli spettri di 5° e di 6° ordine; ma la poca luminosità ed il sovrapporsi degli spettri rendeva più difficile di riconoscere le righe.

Nelle suddette condizioni, due righe aventi lunghezze d'onda che differivano di 1.38 $\mu\mu$ apparivano nell'oculare distanti 71 divisioni: quindi 1 divisione corrispondeva a 0,019 $\mu\mu$.

Per una deviazione galvanometrica di 100 divisioni, ossia per un aumento di temperatura di 36°,5, ottenni uno spostamento, delle righe, di 21,5 divisioni, ossia di 0,4085 $\mu\mu$. Quindi $K = 0{,}4085/517 \times 36{,}5 = 21{,}6.10^{-6}$, senza le correzioni.

Poichè i raggi incidenti e quelli emergenti erano perpendicolari al disco di vetro, era $i_1 = 0$ $e_1 = 0$: quindi $d'e = 0$, $d''e = 0$. Rimane $d'''e = 0{,}8.10^{-6}$: quindi $K = 22{,}4 \times 10^{-6}$.

Questi valori ottenuti pel coefficiente di dilatazione del bronzo dei reticoli, sono un po' maggiori di quelli dati dalle Tavole di costanti fisiche, pel bronzo da telescopî.

**Fisica.** — *Su l'analogo elettrico del fenomeno di Zeeman: le varie righe della serie di Balmer presentano diverse forme di scomposizione.* Nota di ANTONINO LO SURDO, presentata dal Corrisp. A. GARBASSO.

Le prime prove da me fatte allo scopo di osservare, secondo la direzione della forza elettrica, la scomposizione delle righe spettrali dell'idrogeno davanti al catodo, mi permisero di stabilire ben nettamente che la $H_\gamma$ si presenta risolta in una tripla di luce naturale corrispondente alla tripla interna di vibrazioni perpendicolari al campo, dell'effetto trasversale (1). La $H\beta$ dava invece un risultato poco chiaro; e nasceva quindi la necessità di adattare le condizioni dell'esperienza specialmente per l'osservazione di questa riga.

Pervenni così ad un risultato inatteso. La $H\beta$ si presenta come una doppia di luce naturale; mentre era da aspettarsi che anche per questa riga si vedesse una tripla corrispondente a quella interna dell'osservazione trasversale, secondo le esperienze di Stark (2) e quelle da me pubblicate (3). Questa doppia è molto meno discosta di quello che non fosse la doppia esterna dell'osservazione trasversale.

Sorse allora in me il dubbio che le prime osservazioni dell'effetto trasversale, nelle quali avevo concentrato la mia attenzione su la $H_\gamma$, che mostra più chiaro il fenomeno essendo le sue componenti sulle prove assai più discoste di quelle della $H\beta$, non fossero state sufficientemente accurate per quello che riguarda la parte interna della riga azzurra; pure sembrandomi molto strano il fatto che due righe della serie di Balmer avessero un diverso comportamento.

Effettivamente la parte interna della $H\beta$ apparisce come una tripla sulle prime prove; ma queste, che per ottenere una sufficiente luminosità sulla $H_\gamma$ erano eseguite a fenditura piuttosto larga, risultavano molto sovraesposte e non era da escludersi che la centrale fosse solo apparente e dovuta al contatto dei due lembi interni di una doppia mediana.

Pensai quindi a diminuire la larghezza della fenditura, a procedere ad una speciale e accuratissima messa in foco della $H\beta$ sulla lastra e ad elevare un poco la caduta di potenziale.

Il tubo era orizzontale e parallelo al piano della fenditura e si faceva arrivare su questa la sola luminosità della sezione immediatamente avanti

(1) In questi Rendiconti, seduta del 4 gennaio 1904.
(2) J. Stark, Sitzungsber. der K. Preuss. Ak. der Wiss. 47, pag. 937, an. 1914.
(3) In questi Rendiconti, seduta del 21 dicembre 1913.

al catodo; la durata dell'esposizione venne ridotta da una o due ore a 15 o 30 minuti.

Ebbene, in queste condizioni più opportune la $H_\beta$ si mostrò composta nettamente in due doppie: la solita doppia esterna costituita da vibrazioni parallele al campo, che per la entità dello scarto e la minore luminosità (a motivo della polarizzazione dei 4 prismi) risultava ben netta anche nelle prime prove; e una doppia interna di vibrazioni perpendicolari al campo. L'aspetto delle due righe è rappresentato dalla figura, nella quale le componenti di vibrazioni parallele al campo sono quelle spostate verso l'alto.

Il diverso comportamento di due righe della serie di Balmer mostra l'opportunità di estendere l'indagine all'intero spettro dell'idrogeno.

Chimica. — *Sul comportamento degli eteri borici con gli alcoolati.* Nota di Livio Cambi, presentata dal Socio R. Nasini.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Chimica. — *Solubilità e attività* (1). Nota di G. Pellini e A. Coppola, presentata dal Socio P. Ciamician.

Tra i criterî per distinguere se una sostanza racemica sia, allo stato solido, un composto racemico, oppure una miscela dei due antipodi ottici, oppure uno pseudoracemo, quello fondato sulla determinazione della solubilità degli antipodi e delle loro miscele è stato usato parecchie volte da diversi autori; tuttavia, tutti i problemi inerenti a tali determinazioni, e discussi teoricamente in special modo dal Van 't Hoff, da Bakuis Roozeboom (2) e dal Meyerhoffer (3), non hanno finora ricevuto una conferma sperimentale completa.

Con la presente Nota ci proponiamo di iniziare una serie di ricerche su questo argomento; e come sostanza da esaminarsi abbiamo scelto la $\alpha$-alanina $CH_3CHNH_2.COOH$ che si rinviene in tutti i prodotti di scissione delle sostanze proteiche.

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica farmaceutica della R. Università di Palermo.

(2) Z. phys. Chemie, *28*, 494 (1889).

(3) W. Meyerhoffer, *Gleichgewicht der Stereomeren*. Leipzig, 1906.

Questa sostanza non contiene acqua di cristallizzazione, ed è facilmente solubile in acqua. Il suo potere rotatorio, in soluzione acquosa, è piccolissimo. Il prodotto naturale è destrogiro. Sotto forma di cloridrato in soluzione acquosa al 10 %, il potere rotatorio specifico è [1]

$$[\alpha]_D^{20^\circ} = +10.3.$$

L'alanina fonde, in tubicino chiuso, con decomposizione.

Non esiste una grande differenza fra i punti di fusione degli antipodi ottici (+ 293°) e dell'inattivo (+ 285°): l'inattivo potrebbe essere tanto un composto racemico, quanto una miscela o uno pseudoracemo.

Il metodo delle curve di fusione in questo caso non può dare indicazioni nette, perchè l'alanina fonde ad alta temperatura, con decomposizione.

La d-alanina cristallizza nel sistema rombico, e in base alle figure di corrosione [2], è sfenoide-emiedrica:

$$a:b:c = 0{,}9784:1:0{,}4924.$$

Piano degli assi ottici $\infty:P:\overline{\infty}$ (100); sfaldabilità non osservata.

La d-l-alanina cristallizza in bipiramidi rombiche:

$$a:b:c = 0{,}9971:1:0{,}4949.$$

Piano degli assi ottici $c$ {001}; sfaldabilità secondo $a$ {100} ?

Si tratta dunque di sostanze cristallograficamente diverse, nella classe e nel piano degli assi ottici: esiste pure una lieve diversità nel rapporto $a:b$ dei parametri. Questi dati inducono a ritenere che l'inattivo sia verosimilmente un composto racemico.

Il calore di combustione della d-alanina è di 387.5 Calorie; quello della d-l-alanina, 387,5 Calorie.

Anche questi dati ci lasciano incerti sulla natura dell'inattivo: ed anzi si dovrebbe indurre, per la loro concordanza, che l'inattivo è una miscela di antipodi od uno pseudoracemo, piuttosto che un composto racemico, che dovrebbe avere in generale un calore di combustione diverso.

Nelle nostre misure di solubilità vennero adoperate la d-alanina e la d-l-alanina. La prima venne ricavata dai cascami di seta italiana mediante il metodo di E. Fischer [3], con buonissimo rendimento. Dopo tre cristallizzazioni, venne ottenuta allo stato di massima purezza. La d-l-alanina era di firma « Kahlbaum », pure purissima.

Per determinare il rapporto degli antipodi nella soluzione satura si prelevavano, con delle pipette di Meyerhoffer, quantità note di soluzione

[1] Z. für Krystallographie, 1892, *20*, 127.
[2] F. Wrede, Z. phys. Chemie, *75*, 92 (1910).
[3] Fischer E., Berichte, *39*, 459 (1906).

(2, 5, 10 $cm^3$), e per evaporazione e per essiccamento a 105° si determinava il peso del residuo: questo veniva sciolto e trasformato in cloridrato per aggiunta, in lievissimo eccesso, di HCl normale (1) e la soluzione cloridrica si esaminava al polarimetro. Note le concentrazioni totali delle soluzioni ed il potere rotatorio, si calcolavano facilmente le quantità di d- e l- composto. Tutte le osservazioni ottiche vennero eseguite con un grande polarimetro di Schmidt & Haensch (lettura della scala $^1/_{100}$ di grado), a 20° in tubo da 100 mm.

Siccome le soluzioni esaminate avevano una concentrazione variabile di cloridrato di alanina, venne studiata la variazione del potere rotatorio della d-alanina pura entro i limiti di concentrazione adoperati. Dai dati riportati si vede che la variazione della concentrazione non provoca nessuna differenza nel potere rotatorio specifico.

*1ª soluzione*, gr. 10,1316 di cloridrato di d-alanina in 100 grammi di soluzione acquosa:

$$d_4^{20°} = 1{,}030 \qquad \alpha = +1{,}07 \qquad [\alpha]_D^{20°} = +10{,}28\,;$$

*2ª soluzione*, gr. 6,9753 di cloridrato in 100 gr. di soluzione:

$$d_4^{20°} = 1{,}0207 \qquad \alpha = +0{,}735 \qquad [\alpha]_D^{20°} = +10{,}32\,;$$

*3ª soluzione*, gr. 2,9385 di cloridrato in 100 gr. di soluzione:

$$d_4^{20°} = 1{,}0073 \qquad \alpha = +0{,}305 \qquad [\alpha]_D^{20°} = +10{,}3\,.$$

Anche l'evaporazione della soluzione ed essiccamento prolungato del residuo a 105° non provoca nessuna variazione sensibile nei valori di $[\alpha]$: gr. 9,191 di cloridrato in 100 gr. di soluzione:

$$d_4^{20°} = 1{,}029 \qquad \alpha = +0{,}96 \qquad [\alpha]_D^{20°} = +10{,}15\,.$$

Venne eseguito pure l'esame ottico dei cristalli al fondo di ciascuna soluzione satura.

Le isoterme di solubilità, sperimentate, furono tre: a 0°, 17°, 30°. Si determinò pure la solubilità del d-composto e dell'inattivo a 45°.

Essendo, com'è noto, la solubilità degli antipodi ottici uguale, può risparmiarsi la determinazione di metà delle isoterme. L'isoterma a 17° venne eseguita ponendo in termostato miscele a proporzioni variabili di d- e d-l-composto ed esaminando, dopo almeno due giorni, la solubilità come pure l'attività delle soluzioni e dei cristalli di fondo.

Nelle isoterme a 0° e 30° vennero aggiunte, alla soluzione satura dell'inattivo quantità crescenti di d-alanina.

(1) Fischer E., loco citato.

ISOTERMA A 0°

| SOSTANZE ADOPERATE | Gr. di sostanza in 100 gr. di acqua conc. totale | | Gr. di d-alanina nella miscela | | Gr. di l-alanina nella miscela | | $[\alpha]_D^{20°}$ della soluzione di cloridrato | | Natura dei cristalli al fondo |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| d-alanina . . . | gr. 12.986 | | gr. 12.986 | | gr — | | + 10.3 | | attivi |
| d-l-alanina. . . | 12.889 | | — | | — | | — | | inattivi |
| miscela *a* . . . | 14.396 | | 8.72 | | 5.67 | | + 2.18 | | » |
| » *b* . . . | 17.281 | 17.293 | 13.17 | 13.27 | 4.11 | 4.01 | + 5.40 | 5.51 | in parte attivi |
| » *c* . . . | 17.305 | | 13.38 | | 3.92 | | + 5.63 | | |

ISOTERMA A 17°

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| d-alanina . . . | 15.171 | | 15.171 | | — | | + 10.3 | | attivi |
| d-l-alanina . . | 14.9698<br>14.9263 | 14.948 | — | | — | | — | | inattivi |
| miscela *a* . . . | 18.734 | | 14.296 | | 4.44 | | + 5.42 | | » |
| » *b* . . . | 18.651 | | 14.51 | | 4.14 | | + 5.73 | | » |
| » *c* . . . | 18.127 | | 14.92 | | 3.20 | | + 6.56 | | attivi |
| » *d* . . . | 16.356 | | 14.76 | | 1.59 | | + 8.29 | | » |

ISOTERMA A 30°

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| d-alanina . . . | 17.385<br>17.394 | 17.39 | 17.39 | | — | | + 10.3 | | attivi |
| d-l-alanina . . | 17.675<br>17.809<br>17.693 | 17.725 | — | | — | | — | | inattivi |
| miscela *a* . . . | 19.761 | | 13.95 | | — | | + 4.25 | | » |
| » *b* . . . | 21.598 | | 16.80 | | 4.80 | | + 5.73 | | |
| » *c* . . . | 22.174 | 22.087 | 17.08 | 17.05 | 5.09 | 4.99 | + 5.60 | | in parte attivi |
| » *d* . . . | 22.341 | | 17.27 | | 5.07 | | + 5.63 | | |

Solubilità a 45° d-alanina grammi 20,545: {20,461 ; 20,630}; d-l-alanina gr. 21,576 {21,606 ; 21,485 ; 21,571 ; 21,645}.

Con i dati su riportati vennero costruiti i diagrammi delle figure 1, 2.

Nel diagramma della fig. 1 sono riportate sulle ascisse le concentrazioni della l-alanina; sulle ordinate le concentrazioni della d-alanina. Nel diagramma della fig. 2, sulle ascisse le temperature, sulle ordinate le concentrazioni della d-alanina e del racemo (1). I dati di solubilità e di attività mostrano che nel caso della alanina l'inattivo è un vero composto racemico:

(1) Hollemann e Antusch [Rec. trav. chim., 13, 297 (1894) per la solubilità dell'alanina racemica a 25°, dànno il valore 16, 47 grammi per gr. 100 di solvente, in buon accordo con le nostre esperienze.

ciò che non era possibile decidere dai dati riportati nella prima parte della Nota.

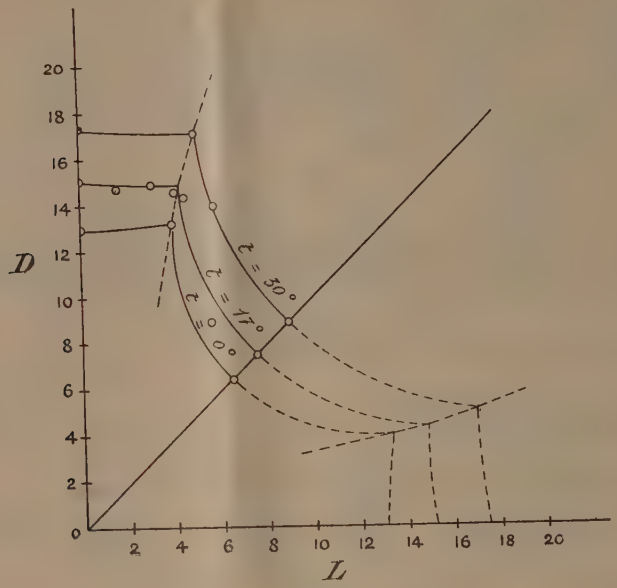



Fig. 1.

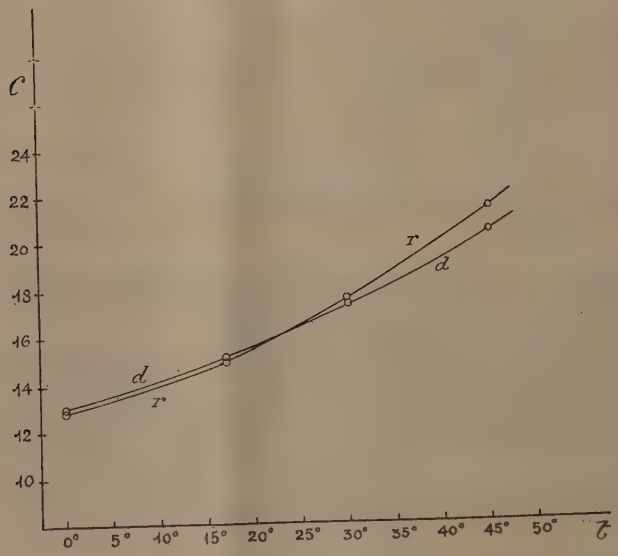



Fig. 2.

Tutte le previsioni della teoria (1) vengono completamente confermate.

(1) Zeit. phys. Chemie, *28*, 494 (1889).

Il campo di stabilità del racemo aumenta con l'aumentare della temperatura. Il punto di trasformazione del racemo nella miscela degli antipodi è verosimilmente più basso della temperatura crioidratica. Dai dati della fig. 2 si vede che la solubilità del racemo è leggermente più piccola di quella del d-composto (praticamente uguale) fino a circa 25°, e poi aumenta, col crescere della temperatura, più di quella del rispettivo d-composto. Tali curve di solubilità meritano una ulteriore discussione.

Il Meyerhoffer, in base a considerazioni teoriche, verificate con qualche dato sperimentale,[1] ha stabilito i seguenti rapporti fra la solubilità di un inattivo e di un antipodo ottico:

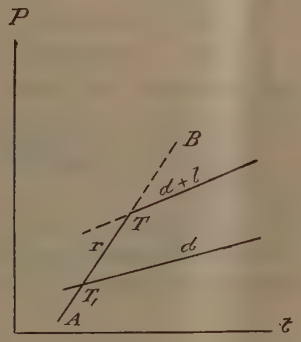



Fig. 3.

1°) Se la solubilità di un inattivo è uguale o più piccola di quella dei composti attivi, l'inattivo è un composto racemico; se la solubilità è più grande, può trattarsi tanto di un composto racemico quanto di una miscela.

2°) Se si determinano le variazioni di solubilità con la temperatura, e le solubilità dell'inattivo più solubile e di uno degli antipodi, con l'aumentare della temperatura, convergono, l'inattivo è un composto racemico; se invece divergono, rimane dubbio se si tratti di una miscela o di un racemo.

Una verifica completa sperimentale di queste regole non venne ancora fatta.

Tali regole possono comprendersi quando, con il Meyerhoffer, si consideri il diagramma pressione-temperatura del sistema racemo-antipodo ottico. Nella fig. 3 la miscela degli antipodi $(d + l)$ ha una pressione doppia che i singoli antipodi (si tratta di stereoisomeri senza acqua di cristallizzazione). La pressione del racemo può essere inferiore a quella di $d$ ($AT_r$), oppure superiore ($T_r TB$). Alle pressioni (nel vuoto) noi possiamo sostituire le concentrazioni in un solvente inattivo. Si vede, allora, che il racemo, a seconda

della temperatura, può avere una solubilità più piccola o superiore e, al massimo, doppia del d-composto: soltanto nel caso che con l'aumentare della temperatura avvenga una racemizzazione, una aggregazione molecolare, oppure che la soluzione del racemo sia soprasatura, può verificarsi il caso di una solubilità maggiore del doppio del d-composto (curva labile T B). Una analoga figura (fig. 4) si ha nel caso che il racemo sia stabile a temperatura elevata.

Nel caso della fig. 3, $\frac{dp}{dt}$ del racemo è $> \frac{dp}{dt}$ dell'antipodo; nella fig. 4 è il caso inverso.

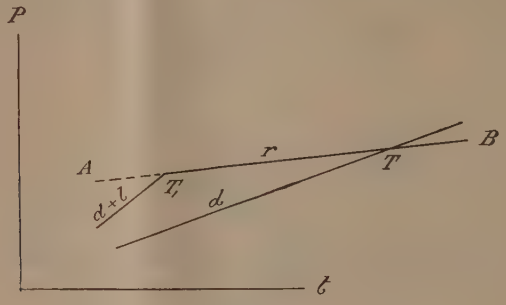



Fig. 4.

Se si osserva ora il diagramma della fig. 2, si trova che esso corrisponde al caso della fig. 3. Le regole del Meyerhoffer trovano dunque una conferma sperimentale: tuttavia non completa, perchè dalla fig. 3 si deduce che il punto di trasformazione del racemo nella miscela degli antipodi giace a temperatura elevata; invece nel caso della alanina succede il contrario, perchè aumenta la stabilità del racemo con l'aumentare della temperatura. Questa contraddizione può tuttavia essere soltanto apparente: poichè con l'elevarsi della temperatura potrebbero intervenire fenomeni di aggregazione molecolare (sulla cui natura non è possibile di pronunziarsi con sicurezza) tali da aumentare la stabilità del racemo: d'altra parte, non è poi escluso che, ad elevata temperatura, possa di nuovo diminuire la stabilità del composto racemico. Le ricerche in tale indirizzo saranno continuate (1).

(1) Queste ricerche ebbero inizio durante la mia permanenza all'Istituto di Chimica farmaceutica di Cagliari. Ringrazio il dott. Colombano per l'aiuto prestatomi.

Meteorologia. — *Sulla distribuzione mensile della frequenza relativa della neve nelle Alpi settentrionali.* Nota di V. Monti, presentata dal Corrisp. A. Battelli.

In una Nota di poco precedente a questa, consideravo la distribuzione altimetrica dell'annua nevosità relativa e dell'annua frequenza relativa della neve nelle Alpi settentrionali.

Qui, in una tabella più avanti riportata, si trovano i valori mensili, moltiplicati per 100, della frequenza relativa F della neve, per la stessa parte delle Alpi, dedotti dalle medesime fonti.

Per ogni zona e per ogni mese, dove non è stato impossibile o illogico il farlo, ho cercato di rappresentare 100F con un'equazione del tipo

$$100F = a + bH,$$

essendo $a$ e $b$ costanti relative alla zona ed al mese, ed H l'altitudine in m.

Premetto alla tabella uno specchietto delle zone e dei corrispondenti valori di $a$ e $b$, determinati col metodo dei minimi quadrati.

A) *Zona pianeggiante elvetica a N delle Alpi* (Località 16).

| | $a$ | $b$ | | $a$ | $b$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Gennaio . . . | + 32 | 0.060 | Ottobre . . . . . | — 13 | 0.044 |
| Febbraio . . . | + 23 | 65 | Novembre . . . | — 12 | 66 |
| Marzo . . . . | + 17 | 64 | Dicembre . . . | + 20 | 58 |
| Aprile . . . . | — 18 | 73 | | | |

B) *Grigioni ed alta valle del Reno* (Località 5).

| | $a$ | $b$ | | $a$ | $b$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Gennaio . . . | + 50 | 0.034 | Maggio . . . . | — 10 | 0.028 |
| Febbraio . . . | + 52 | 32 | Ottobre . . . . | — 8 | 37 |
| Marzo . . . . | + 35 | 40 | Novembre . . . | — 2 | 55 |
| Aprile . . . . | — 6 | 54 | Dicembre . . . | + 40 | 38 |

C) *Valli della Linth, Reuss e Aar* (Località 11).

| | $a$ | $b$ | | $a$ | $b$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Gennaio . . . | + 51 | 0.032 | Maggio . . . . | — 11 | 0.030 |
| Febbraio . . . | + 42 | 41 | Ottobre . . . . | — 11 | 42 |
| Marzo . . . . | + 24 | 51 | Novembre . . . | — 8 | 61 |
| Aprile . . . . | — 7 | 58 | Dicembre . . . | + 28 | 49 |

D) *Engadina* (Località 2).

E) *Vallese* (Località 1).

F) *Canton Ticino* (Località 4).

| | *a* | *b* | | *a* | *b* |
|---|---|---|---|---|---|
| Gennaio . . . | + 34 | 0,054 | Aprile . . . . . | — 11 | 0,046 |
| Febbraio . . . | + 41 | 47 | Novembre . . . | — 7 | 59 |
| Marzo . . . . | + 2 | 69 | Dicembre . . . | + 37 | 46 |

G) *Vorarlberg* (Località 5).

| | *a* | *b* | | *a* | *b* |
|---|---|---|---|---|---|
| Gennaio . . . | + 50 | 0.041 | Ottobre . . . . | — 7 | 0.042 |
| Febbraio . . . | + 43 | 43 | Novembre . . . | + 11 | 47 |
| Marzo . . . . | + 23 | 58 | Dicembre . . . | + 39 | 40 |
| Aprile . . . . | — 14 | 72 | | | |

H) *Tirolo* (Località 6).

| | *a* | *b* | | *a* | *b* |
|---|---|---|---|---|---|
| Gennaio . . . | + 69 | 0.019 | Ottobre . . . . | — 6 | 0.034 |
| Febbraio . . . | + 68 | 21 | Novembre . . . | + 10 | 47 |
| Marzo . . . . | + 44 | 32 | Dicembre . . . | + 66 | 20 |
| Aprile . . . . | — 17 | 65 | | | |

I) *Trentino* (Località 10).

| | *a* | *b* | | *a* | *b* |
|---|---|---|---|---|---|
| Gennaio . . . | + 43 | 0.036 | Novembre . . . | — 3 | 0.047 |
| Febbraio . . . | + 25 | 56 | Dicembre . . . | + 36 | 42 |

In base a questi numeri, furono ottenuti i valori calcolati per le singole stazioni, e le differenze tra valori osservati e calcolati, il tutto come risulta dalla tabella che segue.

| Δ | G | L | A | S | O | | | N | | | D | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | O | C | Δ | O | C | Δ | O | C | Δ |
| — | — | — | — | — | 4 | 4 | 0 | 11 | 14 | — 3 | 39 | 43 | — 4 |
| — | — | — | — | — | 5 | 5 | 0 | 18 | 14 | + 4 | 49 | 43 | + 6 |
| — | — | — | — | — | 3 | 5 | — 2 | 11 | 15 | — 4 | 39 | 43 | — 4 |
| — | — | — | — | — | 9 | 6 | + 3 | 23 | 16 | + 7 | 48 | 44 | + 4 |
| — | — | — | — | — | 5 | 6 | — 1 | 18 | 16 | + 2 | 45 | 45 | 0 |
| — | — | — | — | — | 8 | 7 | + 1 | 20 | 17 | + 3 | 46 | 46 | 0 |
| — | — | — | — | 1 | 8 | 7 | + 1 | 20 | 18 | + 2 | 47 | 46 | + 1 |
| — | — | — | — | 1 | 11 | 8 | + 3 | 22 | 20 | + 2 | 51 | 48 | + 3 |
| — | — | — | — | — | 5 | 8 | — 3 | 13 | 20 | — 7 | 45 | 48 | — 3 |
| — | — | — | — | 1 | 9 | 9 | 0 | 18 | 20 | — 2 | 46 | 48 | — 2 |
| — | — | — | — | — | 4 | 11 | — 7 | 13 | 24 | — 11 | 40 | 52 | — 12 |
| — | — | — | — | 1 | 10 | 12 | — 2 | 23 | 26 | — 3 | 53 | 53 | 0 |
| — | — | — | 1 | 2 | 17 | 14 | + 3 | 38 | 29 | + 9 | 61 | 56 | + 5 |
| — | 1 | — | — | 3 | 19 | 16 | + 3 | 37 | 31 | + 6 | 57 | 57 | 0 |
| — | — | — | — | 1 | 17 | 17 | 0 | 37 | 33 | + 4 | 66 | 59 | + 7 |
| — | — | — | — | 1 | 22 | 22 | 0 | 36 | 40 | — 4 | 63 | 66 | — 3 |
| + 1 | — | — | — | — | 10 | 9 | + 1 | 20 | 24 | — 4 | 50 | 57 | — 7 |
| 0 | — | — | — | — | 9 | 11 | — 2 | 26 | 26 | 0 | 59 | 59 | 0 |
| 0 | — | — | 2 | 3 | 16 | 14 | + 2 | 36 | 31 | + 5 | 71 | 63 | + 8 |
| + 2 | 3 | — | — | 7 | 37 | 33 | + 4 | 62 | 59 | + 3 | 79 | 82 | — 3 |
| — 1 | 5 | — | 3 | 14 | 41 | 43 | — 2 | 72 | 73 | — 1 | 91 | 92 | — 1 |
| + 1 | — | — | — | 1 | 5 | 7 | — 2 | 15 | 19 | — 4 | 44 | 50 | — 6 |
| + 1 | — | — | — | 2 | 7 | 8 | — 1 | 17 | 19 | — 2 | 50 | 50 | 0 |
| + 2 | — | — | — | 1 | 13 | 9 | + 4 | 28 | 21 | + 7 | 59 | 52 | + 7 |
| + 2 | — | — | — | — | 8 | 13 | — 5 | 16 | 26 | — 10 | 47 | 56 | — 9 |
| + 2 | 2 | 1 | 1 | 4 | 33 | 27 | + 6 | 57 | 48 | + 9 | 77 | 72 | + 5 |
| — 1 | 2 | 1 | 1 | 7 | 39 | 29 | + 10 | 64 | 51 | + 13 | 83 | 75 | + 8 |
| + 1 | 3 | 1 | 1 | 7 | 33 | 32 | + 1 | 58 | 54 | + 4 | 77 | 78 | — 4 |
| 0 | 3 | — | 1 | 10 | 37 | 33 | + 4 | 60 | 56 | + 4 | 88 | 80 | + 8 |
| — 2 | 2 | 1 | — | 4 | 30 | 36 | — 6 | 55 | 61 | — 6 | 79 | 83 | — 4 |
| — 7 | 3 | — | — | 8 | 29 | 36 | — 7 | 53 | 61 | — 8 | 80 | 83 | — 3 |
| + 4 | 11 | 2 | 5 | 21 | 50 | 50 | 0 | 77 | 80 | — 3 | 95 | 99 | — 1 |
| — | 3 | — | — | 6 | 23 | — | — | 69 | — | — | 92 | — | — |
| — | 12 | 3 | — | 17 | 48 | — | — | 84 | — | — | 97 | — | — |
| — | — | — | — | 1 | 2 | — | — | 21 | — | — | 46 | — | — |

| | | |

| Zona | Località | Altitudine in metri | G | | | F | | | M | | | A | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | O | C | Δ | O | C | Δ | O | C | Δ | O | C | |
| A | Olten | 395 | 60 | 56 | + 4 | 49 | 49 | 0 | 47 | 42 | + 5 | 12 | 11 | + |
| | Aarau | 400 | 60 | 56 | + 4 | 59 | 49 | + 10 | 47 | 42 | + 5 | 13 | 11 | + |
| | Ginevra | 405 | 48 | 56 | — 8 | 38 | 49 | - 11 | 32 | 43 | — 11 | 6 | 12 | — |
| | Franenfeld | 420 | 61 | 57 | + 4 | 61 | 50 | + 11 | 47 | 45 | + 2 | 19 | 13 | + |
| | Kreuzlingen | 425 | 59 | 57 | + 2 | 54 | 51 | + 3 | 44 | 45 | — 1 | 11 | 13 | — |
| | Winterthur | 445 | 60 | 59 | + 1 | 52 | 52 | 0 | 49 | 45 | + 4 | 16 | 14 | + |
| | Lucerna | 453 | 59 | 59 | 0 | 55 | 52 | + 3 | 48 | 46 | + 2 | 15 | 15 | |
| | Zurigo | 480 | 65 | 61 | + 4 | 58 | 54 | + 4 | 55 | 48 | + 7 | 22 | 17 | + |
| | Neuchâtel | 487 | 59 | 61 | — 2 | 49 | 55 | — 6 | 44 | 48 | — 4 | 16 | 18 | — |
| | Muri | 490 | 60 | 61 | — 1 | 49 | 55 | — 6 | 47 | 48 | — 1 | 20 | 18 | + |
| | Losanna | 553 | 60 | 65 | — 5 | 45 | 59 | — 14 | 37 | 52 | — 15 | 11 | 22 | — |
| | Berna | 572 | 63 | 66 | — 3 | 43 | 60 | — 17 | 53 | 53 | 0 | 20 | 24 | — |
| | Wald | 621 | 66 | 69 | — 3 | 71 | 63 | + 8 | 53 | 57 | — 4 | 29 | 27 | + |
| | Ebnat | 649 | 73 | 71 | + 2 | 69 | 65 | + 4 | 63 | 59 | + 4 | 33 | 29 | + |
| | St. Gallen | 680 | 74 | 73 | + 1 | 72 | 67 | + 5 | 68 | 61 | + 7 | 40 | 32 | + |
| | Affoltern | 797 | 83 | 80 | + 3 | 77 | 75 | + 2 | 67 | 68 | — 1 | 37 | 40 | + |
| B | Altstätten | 470 | 63 | 66 | — 3 | 62 | 67 | — 5 | 49 | 54 | — 5 | 18 | 19 | — |
| | Sargans | 507 | 66 | 67 | — 1 | 66 | 68 | — 2 | 55 | 55 | 0 | 21 | 22 | — |
| | Reichenau | 604 | 75 | 70 | + 5 | 80 | 71 | + 9 | 63 | 59 | + 4 | 25 | 26 | — |
| | Wildhaus | 1110 | 87 | 88 | — 1 | 90 | 88 | + 2 | 82 | 79 | + 3 | 60 | 54 | + |
| | Platta | 1378 | 96 | 97 | — 1 | 94 | 96 | — 2 | 87 | 90 | — 3 | 63 | 69 | — |
| C | Gersau | 442 | 61 | 65 | — 4 | 52 | 60 | + 12 | 45 | 46 | — 1 | 16 | 18 | — |
| | Altdorf | 452 | 66 | 65 | + 1 | 58 | 60 | — 2 | 46 | 47 | — 1 | 18 | 19 | — |
| | Glarus | 480 | 72 | 66 | + 6 | 71 | 62 | + 9 | 52 | 48 | + 4 | 23 | 21 | + |
| | Thun | 565 | 57 | 69 | — 12 | 52 | 65 | — 13 | 45 | 53 | — 8 | 17 | 25 | — |
| | Einsiedeln | 910 | 84 | 80 | + 4 | 87 | 79 | + 8 | 77 | 70 | + 7 | 57 | 46 | + |
| | Elm | 960 | 91 | 82 | + 9 | 91 | 81 | + 10 | 82 | 73 | + 9 | 57 | 49 | + |
| | Engelberg | 1018 | 87 | 84 | + 3 | 86 | 84 | + 2 | 77 | 76 | + 1 | 56 | 52 | + |
| | Guttannen | 1055 | 87 | 85 | + 2 | 96 | 85 | + 11 | 84 | 78 | + 6 | 56 | 54 | + |
| | Oberiberg | 1126 | 83 | 87 | — 4 | 88 | 88 | 0 | 80 | 82 | — 2 | 51 | 58 | — |
| | Beatenberg | 1148 | 91 | 87 | + 4 | 82 | 88 | — 6 | 76 | 82 | — 6 | 55 | 59 | — |
| | Andermatt | 1446 | 88 | 97 | — 9 | 90 | 100 | — 10 | 94 | 98 | — 4 | 73 | 77 | — |
| D | Schuls | 1243 | 93 | — | — | 98 | — | — | 76 | — | — | 52 | — | |
| | Bevers | 1713 | 99 | — | — | 99 | — | — | 97 | — | — | 81 | — | |
| E | Sion | 540 | 63 | — | — | 51 | — | — | 36 | — | — | 9 | — | |

L'errore medio fornito dalle calcolate equazioni, è dato, come si sa, da

$$\mu = \sqrt{\frac{\Sigma \Delta^2}{m - k}},$$

dove $m$ è il numero delle osservazioni, e $k$ quello delle incognite, (2 nel nostro caso).

Lo specchietto seguente contiene gli errori medî per ogni zona e mese:

| Zona | G | F | M | A | M | O | N | D |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 4 | 9 | 6 | 5 | | 3 | 6 | 5 |
| B | 4 | 6 | 4 | 5 | 1 | 3 | 4 | 6 |
| C | 7 | 10 | 6 | 6 | 3 | 6 | 8 | 6 |
| F | 5 | 3 | 2 | 7 | | | 4 | 8 |
| G | 7 | 7 | 3 | 4 | | 3 | 3 | 3 |
| H | 8 | 5 | 5 | 5 | | 3 | 4 | 7 |
| I | 9 | 10 | | | | | 7 | 13 |

L'importanza di questi errori dipende dai valori di 100F. Ecco qui uno specchietto di tali valori, calcolati in base alle note equazioni per la quota di m. 1000:

| Zona | G | F | M | A | M | O | N | D |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| B | 84 | 84 | 75 | 48 | 18 | 29 | 53 | 78 |
| C | 83 | 83 | 75 | 51 | 19 | 31 | 53 | 77 |
| F | 88 | 88 | 71 | 35 | | | 52 | 83 |
| G | 91 | 86 | 81 | 58 | | 35 | 58 | 79 |
| H | 88 | 89 | 76 | 48 | | 28 | 57 | 86 |
| I | 79 | 81 | | | | | 44 | 78 |

Si calcolano i seguenti errori medî relativi percentuali:

| Zona | G | F | M | A | M | O | N | D |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| B | 5 | 7 | 5 | 10 | 6 | 10 | 8 | 8 |
| C | 8 | 12 | 8 | 12 | 16 | 19 | 15 | 8 |
| F | 6 | 3 | 3 | 20 | | | 8 | 10 |
| G | 8 | 8 | 4 | 8 | | 10 | 5 | 4 |
| H | 9 | 6 | 7 | 10 | | 11 | 7 | 8 |
| I | 11 | 12 | | | | | 16 | 17 |

Si vede che i mesi nei quali l'errore relativo, che risulta dall'impiego delle nostre equazioni, è minore, sono quelli di novembre, dicembre, gennaio, febbraio e marzo.

Limitandoci a questi mesi, e riprendendo i valori di *a* e di *b* assegnati in principio di questa Nota, si vede che, per ogni zona, l'andamento loro di mese in mese è abbastanza regolare e naturale.

*a* ha i suoi più alti valori in gennaio o febbraio, più spesso nel primo mese: da questi due mesi i valori di *a* discendono verso dicembre o novembre per una parte, verso marzo per l'altra. Nel solo caso del Canton Ticino, *a* ha in dicembre un valore superiore a quello di gennaio.

*b*, gradiente verticale della frequenza relativa della neve, ha invece il suo minimo valore nel cuore dell'inverno, e va aumentando verso l'autunno e la primavera.

L'andamento di *a* e *b* al passare dei mesi mostra così di essere strettamente collegato colla distribuzione delle temperature, e ciò mostra tutto il vantaggio che si può avere dalla considerazione dei fenomeni della neve, *in quanto son paragonati a quelli della precipitazione generale.*

Riprendendo poi in esame lo specchietto dei valori di 100F calcolati per la quota di m. 1000, si può tentare un confronto tra zona e zona.

È notevole il contegno del Canton Ticino, pel quale gli errori relativi percentuali non sono più rilevanti che altrove. Ci si aspetterebbero per questa zona valori invernali di 100F più modesti che non per le altre, date le più miti temperature invernali. Invece, per dicembre gennaio e febbraio esso viene al secondo posto; in gennaio tiene questo posto insieme col Tirolo, e segue con esso al Vorarlberg; in febbraio e dicembre vien dopo al Tirolo. Si vede che l'azione termica dei laghi lombardi e ticinesi non giunge fino alla quota di 1000 m. Che se, invece, si considera il Trentino, i minori valori di 100F, più che spiegarsi colla vicinanza del Garda (la quale perturba certamente i valori di Riva), si spiegano cogli errori percentuali più rilevanti.

Patologia vegetale. — *Ancora sul significato patologico dei cordoni endocellulari nei tessuti della vite.* Nota di L. Petri, presentata dal Socio G. Cuboni.

In una recente Nota (1) si tenta di ribattere gli argomenti, da me svolti nella mia precedente replica (2), con degli artificî polemici di un'efficacia assai discutibile e che non portano nella discussione alcun elemento che abbia un valore dimostrativo degno di considerazione.

È veramente deplorevole che in mancanza di argomenti migliori si ricorra all'uso di citazioni frammentarie di mie precedenti pubblicazioni.

(1) Mameli E., Risposta alla Nota del dott. Petri: *Sul significato patologico dei cordoni endocellulari nei tessuti della vite* (Rend. Acc. Lincei. XXII. 1913, pag. 604).

(2) Petri L., *Sul significato patologico dei cordoni endocellulari nei tessuti della vite* (Ibid., pag. 174).

abilmente fra loro collegate, per presentarle al lettore come mie pretese contraddizioni. Prima di confutare quelle affermazioni che possono anche avere la parvenza di obiezioni più serie, desidero occuparmi di simili inabili espedienti.

Il periodo della mia Memoria (1), citato nella Nota della dott. Mameli (2) si riferisce al fatto generale che nelle viti veramente sane, non danneggiate da freddi tardivi, senza accorciamento d'internodi nè deformazione delle foglie, non si trovano cordoni endocellulari (3).

Nello stesso lavoro però sono citati quei casi che si possono solo apparentemente presentare come eccezioni, e che la dott.ssa Mameli a torto crede di aver scoperto per la prima volta, ritenendoli altrettanti argomenti fon-

(1) Petri L., *Ricerche sulle cause dei deperimenti delle viti in Sicilia.* I. *Contributo allo studio dell'azione degli abbassamenti di temperatura sulle viti in rapporto all'arricciamento* (Memorie della R. Stazione di Pat. veg. Roma, G. Bertero, 1912), pag. 40.

(2) Loc. cit., pag. 604.

(3) Dal dott. Mario Topi, direttore del Consorzio antifillosserico di Alice Bel Colle (Alessandria) mi è stato comunicato il resultato di alcune sue ricerche, che credo utile di riportare qui interamente: « Le mie osservazioni riguardano esclusivamente viti nostrali di *Barbera*, *Dolcetto* e *Moscato*, sane o deperite per diverse cause o cosiddette *risse* o *rapaline*. Le mie ricerche essendo state fatte per la maggior parte in inverno, mi sono quasi sempre limitato alla ricerca dei cordoni nei vasi legnosi per mezzo di sezioni trasversali. Gli scopi che mi proponevo erano: 1) vedere se nelle viti deperite per altre ragioni (fillossera principalmente) si trovassero cordoni; 2) vedere se i cordoni si trovassero anche in viti rigogliose, che non presentassero nessun carattere di *court-noué*; 3) vedere infine se questi si trovassero sempre in viti che questi caratteri presentassero.

Riguardo al 1° scopo, ho esaminato diverse viti della proprietà Bertalero (contrada Pagliaro), ed una quindicina nella proprietà Otria (contrada Bulsenga) e parecchie qua e là raccoglievo nei varî deperimenti fillosserici.

Ho trovato un solo cordone in una vite della proprietà Otria, che non sembrava affetta da *court-noué*, e numerosi cordoni in due viti della proprietà Bertalero, che però erano le più deperite della macchia e presentavano evidentemente i caratteri del *court-noué*. In tutti gli altri casi non ho trovato cordoni. Circa al 2° scopo, tutte le ricerche che ho fatto scegliendo in diverse vigne, in diverse località del comune le viti più belle e rigogliose, mi hanno sempre dato resultato negativo, cioè non ho mai trovato in modo assoluto i cordoni. Fra queste ricerche ho voluto anche esaminare la parte terminale di tralci a frutto, dove si riscontra un notevole accorciamento degl'internodi. Neanche in questi casi, in viti rigogliose, ho trovato cordoni. Ho invece quasi sempre trovato con facilità i cordoni nelle viti *risse* o *rapaline*. Una diecina di sezioni che mettevo insieme sotto il microscopio, ne presentavano quasi sempre uno, due, o più. Anche nei tralci che mi portavano da comuni vicini (p. es. Nizza) dicendomi che le viti erano deperite, ma non c'era fillossera, ho sempre trovato cordoni, trattandosi evidentemente di viti *risse*. Non sono riuscito invece a trovarne in una vite (propr. Pollaccino, contr. Bulsenga) con tutti i caratteri del *court-noué*. Li ho trovati rari in altre due viti, pure con tutti i caratteri della malattia, della proprietà Bonevolo (Marcorina). S'intende che anche in questi casi ho fatto un numero non grandissimo di sezioni ».

damentali per combattere l'interpretazione che ho creduto di dare alla presenza dei cordoni endocellulari nei tessuti della vite.

La possibilità di cordoni in tralci vigorosi e con internodi di lunghezza normale è più volte ripetuta nella mia Memoria, e ciò riguardo al fatto che la formazione di queste anomalie citologiche compaiono nelle viti prima delle deformazioni esterne dell'*arricciamento* (1). E circa l'altra mia affermazione che una vite mostrante cordoni nei tralci non è sempre necessariamente ammalata o destinata ad ammalarsi di *court-noué* cronico, credo di essere stato abbastanza chiaro quando ho detto che tralci legnosi e germogli a cellule cordonate possono essere equiparati in molti casi a marze ammalate, innestate su soggetti sani; cioè è possibile la loro guarigione, e con ciò anche la cessazione della formazione dei cordoni nei periodi vegetativi successivi a quello in cui se ne verificò l'origine in seguito ad abbassamenti di temperatura (2).

Cade dunque completamente la tendenziosa accusa lanciatami, troppo leggermente, di avere con *abili* e *nuove* versioni cercato di parare le obiezioni che mi erano state mosse.

È anche evidente che la stessa fretta di concludere in senso contrario al mio tradisce la dottoressa Mameli quando vuol far credere che dalle mie affermazioni non si può dedurre altro che tutte le viti da lei esaminate e contenenti i cordoni endocellulari nei tralci dell'annata, non rachitici, dovranno necessariamente ammalarsi di arricciamento fra uno o due anni! Quale soddisfazione o quale utile essa creda di ricavare da questi deplorevoli artifici polemici, io non so, ma a me sembra che un tal sistema non sia molto vantaggioso per far trionfare quella verità della quale la dottoressa Mameli si atteggia a strenua sostenitrice.

Si vuol trovare inoltre un'evidente contraddizione fra la mia affermazione, che una vite presentante cordoni non è necessariamente destinata al rachitismo cronico, inguaribile, e l'altra, che i cordoni endocellulari possono esser riguardati come un sintomo interno di questo stesso rachitismo cronico, *accordando a questi caratteri lo stesso valore dei sintomi esterni*, cioè delle deformazioni degli organi aerei. Ho già più volte ripetuto che i cordoni en-

(1) Basterà che io citi queste parole contenute a pag. 113 della mia Memoria: « La formazione dei cordoni endocellulari precede il rachitismo e la deformazione delle foglie nei vitigni dove quest'ultimo fenomeno si presenta. Il vigore di vegetazione non impedisce la comparsa dei cordoni, anzi questi in una pianta già ammalata si trovano più frequenti nei tralci più robusti che in quelli a debole accrescimento ». A pag. 91 vi è pure un paragrafo intitolato: « Precedenza dell'alterazione del cambio sulle manifestazioni dell'arricciamento ». Come si fa dunque a sostenere che questa è una *nuova* versione dell'interpretazione dei miei resultati?

(2) Si veda a pp. 170-171 della mia Memoria. E per quanto riguarda la cessazione della formazione dei cordoni nelle marze ammalate innestate su soggetti sani vedasi a pag. 158 dove sono descritti i resultati di alcune apposite esperienze.

docellulari non possono essere riguardati come dei veri caratteri *specifici* dell'*arricciamento*, non conoscendo ancora quale rapporto genetico esista fu la loro formazione e la causa della malattia; ma essi possono essere però riguardati come caratteri che hanno un eguale valore diagnostico a quello accordato all'accorciamento degl'internodi e ad alcune modificazioni della lamina fogliare.

Nessuno potrà negare che l'accorciamento degl'internodi sia una delle caratteristiche di questa malattia, e non pertanto esso è eguale tanto in questo caso, come in quello in cui trattasi dell'effetto diretto e immediato dei freddi tardivi. Chiunque abbia letto i miei lavori non può diversamente interpretare il valore diagnostico che ho accordato ai cordoni endocellulari. Sino dal 1911 scrivevo infatti che può ritenersi specifico solo *il complesso dei caratteri con cui queste formazioni si presentano nelle viti affètte da arricciamento* (1).

Nelle viti colpite da rachitismo cronico infatti la localizzazione dei cordoni nel cilindro legnoso della pianta, sia della parte aerea che di quella ipogea, è ben diversa da quella che può verificarsi per un semplice abbassamento di temperatura che colpisca i tralci nel loro sviluppop rimaverile. Di tutto ciò la dott.ssa Mameli crede di tenere il minimo conto, attribuendo un significato, del tutto opposto a quello dato da me, ai resultati delle sue ricerche, molto incomplete, sulla localizzazione dei cordoni. Sembra che essa non si sia ancora convinta che simili ricerche non si possono fare soltanto sui tralci, ma per una diagnosi sicura occorre esaminare tutta la pianta.

Essa insiste nell'attribuire alle mie parole: *parte bassa* della vite, un significato che non resulta dalle mie descrizioni. Ho già ripetuto nella Nota precedente, ed è deplorevole che debba tornare a ripeterlo, che per parte bassa della pianta si deve intendere la base del fusto e le grosse radici (2).

Circa la formazione di cordoni endocellulari negl'internodi superiori dei tralci, non ho da ripetere che ciò che ho scritto nella Nota precedente (3),

(1) Questi Rendiconti, vol. XX, 1911, pag. 156. E nella mia già citata Memoria, vedasi a pag. 195.

(2) Riguardo al metodo seguìto nell'Istituto di Pavia per la ricerca dei cordoni endocellulari sarebbe veramente desiderabile che ci si uniformasse a quelle norme che resultano dalle mie ricerche. Nella prima Nota della dottoressa Mameli, infatti si parlava di cordoni nel midollo, nella maggior parte dei casi osservati. Io mossi l'appunto, contenuto nella mia replica (pag. 178), ed ora, nella seconda Nota si legge: cordoni nel legno e nel midollo. Ciò non è ancora tutto il desiderabile, ma in una prossima controreplica vi sarà probabilmente un progresso. Quando si parla (pag. 605 della Nota Mameli) di cordoni nel *legno di due anni* occorre precisare se essi sono nell'anello legnoso ultimo formato o in quello dell'anno precedente, giacchè in viticoltura *legno di due anni* significa la porzione di tralcio che ha due anni di vegetazione. Nella mia Memoria si trovano largamente descritti i diversi casi di localizzazione dei cordoni nel cilindro legnoso, e il significato che si può accordar loro in una diagnosi dell'*arricciamento*.

(3) Cfr. pp. 178-179.

confermando l'esattezza della mia affermazione che il cambio dei giovanissimi internodi, vicini all'apice, non reagisce con la formazione di cordoni. La ragione di ciò è esposta anche nell'ultima mia Nota (pag. 175): i materiali necessarî al costituirsi di simili formazioni sono delle emicellulose, la elaborazione delle quali nel citoplasma delle cellule cambiali avviene in modo sensibile negl'internodi che più sono vicini al limite del loro accrescimento in lunghezza, nei quali è attivissimo l'ispessimento secondario delle pareti degli elementi legnosi e liberiani. Si spiega quindi come sia molto difficile che nel cambio dei giovanissimi internodi apicali possa verificarsi la formazione di cordoni endocellulari. Il loro costituirsi quindi si deve attribuire ad abbassamenti di temperatura avvenuti quando già erasi iniziato da qualche tempo l'accrescimento in spessore.

Nell'esempio riferito dalla dott.ssa Mameli, veramente manca qualsiasi dato che dimostri come durante questo periodo la pianta non abbia subìto alcun abbassamento di temperatura, sufficiente ad arrestare momentaneamente il processo di accrescimento e di moltiplicazione delle cellule, permettendo la condensazione d'idrati di carbonio per l'azione di enzimi coagulanti (citocoagulasi) preformati.

Il limite a cui la temperatura deve discendere per produrre un simile effetto non è molto basso. Nelle mie esperienze ho ottenuto la formazione di cordoni endocellulari anche con temperature di 6° C. sopra lo 0. Tutto dipende dall'ampiezza dell'escursione termica nel minimo di tempo e dalla particolare sensibilità dei tessuti per condizioni ancora non determinate.

Queste stesse considerazioni valgono per il caso, citato dalla dottoressa Mameli, di una vite, che pure stando in serra, ha formato cordoni endocellulari A tutti i floricultori è noto quanto sia difficile impedire momentanei abbassamenti di temperatura nelle serre. Basta l'incuria di un operaio o il guasto dell'apparecchio di riscaldamento per determinare uno sbalzo di temperatura simile e anche maggiore di quelli che possono verificarsi all'aria aperta (1).

Ora, per poter concludere, come fa la dott.ssa Mameli, che la formazione dei cordoni endocellulari è assolutamente indipendente dagli abbassamenti di temperatura, solo perchè il fenomeno si riscontra anche in piante coltivate in serra, occorrerebbe dimostrare che la temperatura non ha mai subìto degli abbassamenti e che neppure le piante ne avevano subìti prima di esservi poste, e ciò per i cordoni che eventualmente si trovassero nel legno vecchio.

(1) Questa stessa considerazione ho fatto riguardo alla constatazione di Müller, che il *Ginkgo biloba*, coltivato in serra, è pure provvisto di cordoni endocellulari (Cfr. la mia Memoria, pag. 150). E si rifletta anche che certi effetti del freddo sono più facilmente verificabili nelle piante cresciute in ambiente ordinariamente caldo (loco citato, pag. 177).

Nell'ultima mia Nota, a proposito della presenza di cordoni endocellulari in tralci apparentemente sani, dicevo che si deve ammettere per lo meno uno stato patologico latente negli organi (1) nei quali simili anomalie citologiche sono originate. Anche queste mie parole non sono *nuove*, ma sono una semplice ripetizione di cose dette nei miei lavori precedenti (2). In appoggio alla mia opinione io non invoco affatto quella di Raatz, che ho citato più che altro per ragione storica; la mia deduzione deriva semplicemente non solo dalle numerose osservazioni fatte nei vigneti, ma soprattutto dal resultato delle mie esperienze (3), le quali hanno dimostrato come gli stessi effetti del freddo che si manifestano con la formazione dei cordoni, determinano una diminuzione o la scomparsa dell'attività rizogena del cambio dei tralci.

La figura qui unita mostra la stentata vegetazione dell'unica talea (4) che nelle suddette esperienze, malgrado la formazione di cordoni endocellulari, potè dare origine a delle radici.

Io riconosco che un simile resultato non dimostra ancora che l'*aricciamento* si possa riprodurre sperimentalmente con il metodo da me usato, ma è certo che i tralci di vite, che hanno subìto l'azione di freddi tardivi, non sono fisiologicamente equivalenti a quelli che a tale azione sono sfuggiti. Il difficile o mancato attecchimento delle talee a cellule cordonate è senza dubbio un fatto patologico non trascurabile. Che poi l'originarsi di un cordone endocellulare rappresenti un processo anormale, patologico, dell'attività della cellula, vegetale, è un fatto che difficilmente potrà esser posto in dubbio (5). L'aver trovato dei cordoni endocellulari in 20 specie di piante dicotiledoni, prive, almeno in apparenza, di caratteri di malattia, non rappresenta niente di nuovo che a me fosse sconosciuto. Nella mia Me-

(1) Non *nelle piante*, come è scritto nella Nota della dottoressa Mameli.

(2) Cfr. il mio articolo: *Les abaissements de température et le court-noué de la vigne* (Rev. de Phytopath. appliquée, I, 1913, pag. 35); e l'altro: *Effetti durevoli degli abbassamenti di temperatura sulla vite in rapporto all'arricciamento* (Il « Coltivatore », 1912, n. 35, pag. 568) dove è detto di uno stato *latente* dell'arricciamento.

(3) Sono descritte nell'ultima mia Nota.

(4) È la talea n. 1 rappresentata nella fotografia riprodotta nell'ultima mia Nota.

(5) Anche Raatz (*Pringsheim's Jahrb.*, XXIII, 1892), in ultima analisi ritiene che il processo di formazione dei cordoni sia un fatto patologico, parlando infatti del contatto fra pareti tangenziali delle cellule cambiali, che darebbe origine ai cordoni, dice: «In solchen Fällen ist der Berührung der tangenzialen Wände augenscheinlich ein zeitweiliges *pathologisches* Collabiren vorausgegangen.

«An einigen Präparaten hatte diese Auffassung um so grössere Wahrscheinlichkeit für sich, als sich die Zellen in nächster Nähe von vernarbten Verwundungen (Wundparenchym) befanden, wie ich dies bei *Picea excelsa*, *Pinus excelsa* und *Thuja gigantea* gefunden habe» (pag. 583). Riguardo all'ipotesi di Raatz sull'azione del clima in rapporto all'origine dei cordoni faccio osservare alla dottoressa Mameli che l'A. ha creduto di

moria è largamente citato e commentato il lavoro di Müller (1) come quello di Raatz e tutte le altre osservazioni, fatte da autori diversi, intorno ai cordoni endocellulari, in piante diverse. Che in questi casi un vero stato di malattia non si manifestasse in concomitanza della formazione dei cordoni, mi era ben noto, giacchè ho già scritto che: *È la prima volta che in una stessa pianta si può stabilire nettamente una stretta correlazione fra la formazione di cordoni endocellulari e un manifesto stato di malattia* (2).

Fig. 1. — Unico germoglio, manifestamente rachitico, formatosi in luglio (1913) da una talea derivata da un tralcio che nella primavera 1912 fu esposto ad abbassamenti di temperatura (Fotografato il 26 ottobre 1913).

Se dunque malgrado la conoscenza di tutti questi fatti, che oggi la dott.ssa Mameli vuole fare apparire come nuovi, io ho creduto di affermare

---

mantenerla, pur conoscendo i resultati delle osservazioni di Müller. Dopo quanto io ho trovato, l'Influenza del clima su di un tal processo è molto indiretta. Abbassamenti di temperatura durante la vegetazione possono verificarsi sotto tutti i climi, come pure nelle serre.

(1) Ber. d. deutschen Bot. Ges., VIII, 1890.

(2) Cfr. la mia Memoria, pag. 193. Questa correlazione è pure dimostrata dalle ricerche del dott. Topi più sopra riportate.

che i cordoni endocellulari rappresentano nelle viti un sintomo patologico, vuol dire che a ciò sono stato indotto dalla constatazione di numerosi e non dubbî fatti.

Che uno stesso stimolo esterno possa determinare nelle varie piante e anche negl'individui di una stessa specie effetti patologici di gravità diversa, è una nozione così ovvia su cui non è necessario spendere molte parole, e il dire che le Conifere non sono malate, pure avendo cordoni endocellulari, non costituisce un argomento probativo della tesi sostenuta dalla dottoressa Mameli (1).

## Fisiologia vegetale. — *Ricerche sull'azione di nitrati isolati sul periodo germinativo dell'Avena sativa* (2). Terza Nota preventiva del dott. F. Plate, presentata dal Socio R. Pirotta.

In due precedenti Note (3) ho esposto i risultati ottenuti circa l'azione di nitrati del I° e II° gruppe del sistema periodico degli elementi sul periodo germinativo dell'*Avena sativa*. Nella presente Nota vengo ad esporre i risultati ottenuti per nitrati di altri gruppi: e precisamente, del III° gruppo il solo alluminio e, del IV° gruppo lo stagno, il cerio, il torio ed il piombo.

*Nitrato di alluminio*. — Nella seguente tabella sono esposti i risultati delle diminuzioni o aumenti reali di peso ottenuti per ciascuna concentrazione rispetto al peso originale all'inizio dell'esperienza:

| | $^N/_{50}$ | $^N/_{100}$ | $^N/_{200}$ | $^N/_{400}$ | $^N/_{800}$ | $^N/_{1600}$ | $^N/_{3200}$ | Controllo in $H_2O$ dist. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Peso gr. | — 0,0074 | — 0,0066 | — 0,0018 | 0,0184 | 0,0322 | 0.0418 | 0,0492 | 0,2452 |
| Radice cm. | — | — | — | 2.3 | 2.9 | 3 7 | 4.8 | 11.3 |
| Germoglio » | — | — | — | 2.1 | 2.6 | 3.5 | 4.6 | 16.1 |
| *Rapporto* » | — | — | — | *0.2* | *0.3* | *0.2* | *0.2* | *4.8* |

Dalla tabella si rileva, anzitutto, che la media delle variazioni di peso, ottenute in ciascuna delle cinque prove eseguite per ogni concentrazione, segue una curva abbastanza regolare, benchè in generale l'aumento di peso rimanga molto al di sotto dei controlli. Per quello che riguarda poi l'accrescimento sia della radice sia del germoglio, vediamo che esso comincia a manifestarsi nella soluzione $^N/_{400}$, aumentando in seguito lentamente. Ma

(1) Come ho già fatto notare altra volta, noi non sappiamo se nelle Conifere, o nelle altre piante, dove i cordoni endocellulari possono formarsi, vi sia un rapporto, come nella vite, fra la presenza di queste anomalie e l'assenza o la deficienza dell'attività rizogena del cambio dei rami.

(2) Lavoro eseguito nel R. Istituto Botanico di Roma.

(3) Ved. questi Rendiconti, vol. XXII, serie 5ª, 2° sem., 11° fasc., pag. 598; 12° fasc. pag. 728.

non basta: chè se si considera la cosa sotto il punto di vista dello sviluppo correlativo, vediamo che in tutte le concentrazioni, eccetto le prime tre dove non abbiamo accrescimento, l'aumento della radice si manifesta superiore a quello del germoglio; il che corrisponde all'accrescimento normale della pianta nel suo periodo germinativo Onde il rapporto fra accrescimento della radice e quello del germoglio si mantiene positivo.

Ma vi è un altro fatto degno di nota. Il catione Al, benchè appartenga agli elementi non indispensabili per la vita delle piante, e degli organismi in genere, ha dato però luogo in questi ultimi tempi a ricerche interessanti circa certe sue azioni caratteristiche sul protoplasma, specialmente per opera del Fluri (1) e dello Szuecz (2). Riferendomi appunto alle esperienze dei predetti autori, ho voluto, alla fine di ogni serie delle mie esperienze, rimettere le piantine in acqua di fonte, ed ho potuto constatare come esse riprendano subito il loro normale sviluppo; ben inteso, che questo vale solo per le concentrazioni da $^{N}/_{400}$ a $^{N}/_{3200}$. Dunque queste soluzioni, abbastanza concentrate, agendo per un determinato tempo, danneggiano temporaneamente le piante, perchè esse, rimesse in soluzioni e condizioni normali, riprendono il loro sviluppo regolare. Resta da vedere se una azione ancora più prolungata possa o no provocarne la morte. Vi è inoltre da notare che le piantine conservano il loro turgore e non dànno nessuna notevole diminuzione di esso. A questo proposito è da tenere presente un altro fattore importante, che cioè le soluzioni di $Al(NO_3)_3$ presentano sempre reazione acida, perchè si idrolizzano quasi completamente secondo la reazione seguente:

$$Al(NO_3)_3 + 3\,HOH = Al(OH)_3 + 3\,HNO_3\,.$$

Quindi, in definitiva, abbiamo, nella soluzione, in minima parte $Al(NO_3)_3$ e in maggior quantità $Al(OH)_3$ e $HNO_3$; ragione per cui nella piantina debbono influire molto probabilmente, in grado maggiore o minore, tutti e tre questi composti. I su nominati autori hanno invece trascurato di prendere in considerazione l'azione concomitante di questi diversi composti, che a me sembra invece debbano avere una non indifferente importanza su queste ricerche. Ad ogni modo io ho potuto solo in parte con queste mie esperienze confermare il fatto osservato dallo Szuecs, che l'alluminione deve avere delle funzioni proprie specifiche in quanto non riesce ad uccidere il protoplasma, in quanto che le piantine tolte dalle soluzioni di $Al(NO_3)_3$ riprendono il loro accrescimento normale; escluse però le soluzioni $^{N}/_{50}$, $^{N}/_{100}$ e $^{N}/_{200}$ che si dimostrarono sempre mortali. Intorno all'azione concomitante dei tre composti, prodotti dall'idrolisi del $Al(NO_3)_3$, tornerò a parlare prossimamente, e più *in extenso*, con nuove e diverse altre esperienze.

(1) M. Fluri, *Der Einfluss der Aluminiumsalzen auf das Protoplasma.* Flora, vol. 99.

(2) J. Szuecz, *Ueber einige charakteristische Wirkungen des Aluminiumions auf das Protoplasma.* Jahrb. f. wiss. Bot., Bd. 52, H. 3, pag. 269.

*Nitrato di stagno.* — Espongo, nella tabella che segue, i risultati ottenuti con questo elettrolite, cioè i risultati delle diminuzioni o aumenti reali di peso ottenuti per ciascuna concentrazione rispetto al peso originale allo inizio dell'esperienza:

| | $^N/_{50}$ | $^N/_{100}$ | $^N/_{200}$ | $^N/_{400}$ | $^N/_{800}$ | $^N/_{1600}$ | $^N/_{3200}$ | Controllo in $H_2O$ dist. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Peso gr. | — 0.0182 | — 0.0142 | — 0.0044 | — 0.0028 | 0.0114 | 0 0522 | 0 0862 | 0.2284 |
| Radice cm. | — | — | — | — | 2.8 | 3.7 | 5.7 | |
| Germoglio » | — | — | — | — | 4.1 | 5.6 | 5.4 | |
| *Rapporto* » | — | — | — | — | *— 1.3* | *— 1.9* | *3* | |

In generale, la media dei risultati ottenuti per questo catione non si discosta molto da quelli ottenuti per l'alluminio. Però lo sviluppo per le prime quattro concentrazioni non ha luogo; e le piantine, alla fine dell'esperienza, sono secche. Invece, per lo sviluppo nelle concentrazioni $^N/_{800}$ e $^N/_{1600}$ la radice si è sviluppata meno del germoglio, mentre nella $^N/_{3200}$ la radice comincia a superare il germoglio: il che lascia prevedere che con una maggior diluizione la pianta tende a riprendere il suo normale sviluppo; e, quindi, anche lo sviluppo correlativo tende a migliorare. Per la soluzione $^N/_{3200}$ si avvera lo stesso fatto osservato per le soluzioni del nitrato di alluminio: che cioè la piantina, rimessa in acqua di fonte, riprende il suo normale sviluppo; non così per quelle tenute in soluzione $^N/_{800}$ e $^N/_{1600}$, che non riprendono il loro sviluppo normale, e lentamente muoiono.

Anche nel caso dello stagno è da tenere presente che il nitrato è più o meno idrolizzato, onde, come ho già detto, è d'uopo tenere conto dei tre fattori cioè del sale, della base e dell'acido, di cui però esporrò prossimamente un'altra serie di esperienze diverse.

*Nitrato di cerio.* — Siccome per nessuna delle soluzioni usate si è avuto un accrescimento della piantina, ed anzi si ebbe la morte di tutte, così il detto elettrolite, per le concentrazioni usate, si dimostra sempre di effetto mortale.

*Nitrato di piombo.* — Questo elettrolite, di cui ho adoperato il nitrato anche della forma bivalente, mostra nel suo comportamento una certa analogia con lo stagno e con l'alluminio, più con questo che non con quello.

Nella tabella seguente sono esposti i risultati ottenuti per le concentrazioni $^N/_{400}$, $^N/_{800}$, $^N/_{1600}$ e $^N/_{3200}$, chè quelle più concentrate non hanno dato alcun sviluppo:

| | $^N/_{50}$ | $^N/_{100}$ | $^N/_{200}$ | $^N/_{400}$ | $^N/_{800}$ | $^N/_{1600}$ | $^N/_{3200}$ | Controllo in $H_2O$ dist. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Peso gr. | — 0,0254 | — 0,0216 | — 0,0084 | 0,0072 | 0,0218 | 0,0532 | 0,0746 | 0,2556 |
| Radice cm. | — | — | — | 0.5 | 1.2 | 3.1 | 4.7 | 16.12 |
| Germoglio » | — | — | — | 0.9 | 1.4 | 3.2 | 5.3 | 11.3 |
| *Rapporto* » | — | — | — | *— 0.4* | *— 0.2* | *— 0.1* | *— 0.6* | *4.9* |

Anche per il nitrato di piombo e per le soluzioni meno concentrate, le piantine aumentano gradualmente il loro sviluppo, ma molto lentamente; lo sviluppo correlativo presenta un rapporto negativo, benchè l'aumento, sia della radice, sia del germoglio, procedano quasi di pari passo. Tutte le soluzioni, eccetto la $^{N}/_{3200}$, riescono mortali. La piantina invece coltivata nella detta soluzione, presenta una radice turgida, e nella zona di assorbimento presenta numerosi, ma piccolissimi peli non riconoscibili però ad occhio nudo. Anche il germoglio presenta condizioni migliori di vita. Si nota anzi tutto che esso si mantiene verde e turgido, e che non dà nessun segno di notevole diminuzione di turgore. Difatti, immersa questa piantina nell'acqua di fonte, riprende anche essa il suo sviluppo normale. In questo fatto il piombo rassomiglia alla soluzione $^{N}/_{3200}$ dello stagno ed a quelle $^{N}/_{800}$, $^{N}/_{1600}$ e $^{N}/_{3200}$ dello alluminio.

*Nitrato di torio.* — Questo elettrolite si dimostra assolutamente dannoso e mortale per tutte le concentrazioni usate.

Concludendo da quanto ho esposto in rapporto alle ricerche finora eseguite, vediamo che l'alluminio è quello, fra i cationi qui esaminati, che presenta i migliori risultati; seguono quindi lo stagno ed il piombo, i quali fanno prevedere risultati migliori con l'aumentare delle diluizioni; il cerio ed il torio si dimostrano poi di effetto mortale in tutte le soluzioni sperimentate.

Ad ogni modo, non sono ancora in grado di dare un quadro riassuntivo definitivo sull'azione di questi diversi elementi, perchè la natura dei loro sali in soluzione è fisicamente e chimicamente molto complessa, come ho già accennato nella presente Nota. Qui entrano principalmente in discussione il processo idrolitico nel suo complesso ed i rapporti quantitativi fra l'idrolisi dei sali, la dissociazione dell'acqua ed il grado di basicità delle basi metalliche; a questi fattori poi dobbiamo aggiungere anche la legge delle masse. Onde, come si vede, andiamo incontro ad un calcolo integrale abbastanza complesso, e di cui mi occuperò estesamente quando comunicherò i risultati definitivi delle mie ricerche biologiche.

Fisiologia. — *Ricerche sulla secrezione spermatica.* Nota I. *La raccolta dello sperma del cane.* Nota di G. Amantea, presentata dal Socio L. Luciani.

Fisiologia. — *Ricerche sulla secrezione spermatica.* Nota II. *Prime osservazioni sulla secrezione spermatica normale del cane.* Nota di G. Amantea, presentata dal Socio L. Luciani.

Queste Note saranno pubblicate in un prossimo fascicolo.

Meccanica. — *Esperienze sulla elasticità a trazione del rame.* Nota I di Gustavo Colonnetti, presentata dal Socio V. Volterra.

Nell'eseguire una serie di prove a trazione su fili di rame provenienti dallo Stabilimento Gio. Ansaldo & C. di Cornigliano Ligure, ho avuto occasione di rilevare che, se invece di limitarsi, com'è d'uso (1), a misurare le variazioni di lunghezza del saggio per successivi incrementi del carico, si cerca come varii quella lunghezza anche durante il periodo di scarica, si possono senza difficoltà osservare alcuni di quei fenomeni, noti sotto il nome generico di isteresi elastica, che il Wiedemann (2) dapprima, più tardi il Cantone (3) ed il Bouasse (4) hanno studiati operando per torsione e per flessione.

In considerazione del particolare interesse che presenta il caso, di tutti più caratteristico, per quanto sperimentalmente più arduo, delle sollecitazioni a semplice sforzo normale, ho allora cercato di disporre le mie esperienze per modo da rendere possibile uno studio sistematico dell'argomento. L'esiguità dei mezzi sperimentali di cui attualmente dispongo non mi ha per verità permesso di dare alle mie ricerche quello sviluppo che per ciò sarebbe stato necessario: ho dovuto limitarmi al solo studio della *forma*, dell'andamento generale dei fenomeni, rinunciando, almeno per ora, a precisare mediante costanti numeriche il comportamento specifico dei singoli campioni di materiale sottoposti alle prove.

Mi sembra ciononostante non privo di interesse il mettere in evidenza le proprietà *qualitative* che tutte le mie esperienze concordemente hanno rivelate riferendo qui con qualche dettaglio la *storia* di alcune di tali esperienze, scelte fra quelle il cui andamento mi sembra più espressivo.

I fili, crudi, del diametro di 10 millimetri, venivano cimentati a sforzo di trazione mediante la macchina Mohr & Federhaff da 3 tonnellate appartenente al Laboratorio per le prove sui materiali da costruzione della R. Scuola Navale Superiore in Genova. Le deformazioni venivano misurate, su di un tratto utile della lunghezza di 200 millimetri, mediante il noto appa-

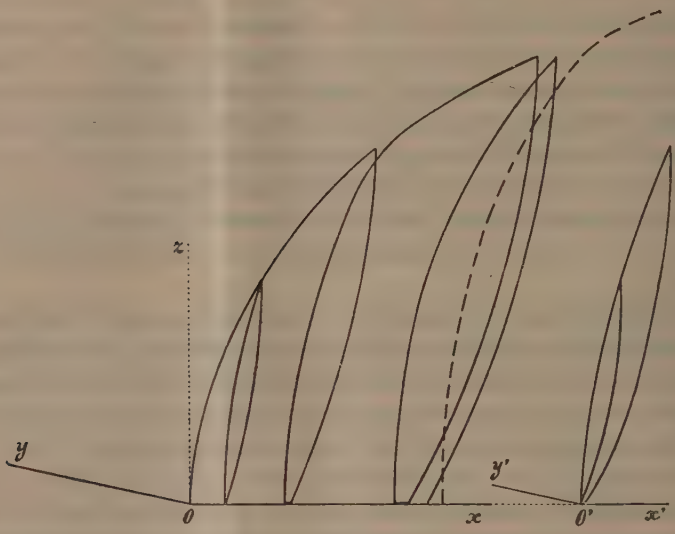
(1) Cfr. C. Bach, *Elastizität und Festigkeit*, Berlin, 1911.

(2) Wied. Ann., 6 (1879).

(3) Rend. R. Acc. dei Lincei, V, 2 (1893, II); Il nuovo Cimento, III, 35 (1894).

(4) Ann. de la Fac. des Sc. de Toulouse, 12 (1898), e seg.; *Essais des matériaux*, Grenoble (Gratier & Rey), 1905.

recchio a specchi del Martens, il cui normale ingrandimento era stato alquanto accresciuto col distanziare più del consueto le scale dagli specchi (1); ciò che non aveva però per iscopo tanto di raggiungere una maggiore approssimazione effettiva, che avrebbe anche potuto in pratica riuscire illusoria, quanto di permettere, nella misura delle rotazioni degli specchi, la sostituzione del metodo di Gauss con quello di Lord Kelvin.




Nella tabella che accompagna questo scritto trovansi raccolti i risultati ottenuti operando sopra uno spezzone di filo che non aveva ancora, dopo essere stato trafilato, subite deformazioni di sorta. Esso venne, durante cinque giorni consecutivi (15-19 febbraio 1913), assoggettato successivamente a sforzi di trazione di intensità di volta in volta crescenti: si raggiunsero così, nella prima prova, i 1000 kgr., nella seconda i 1600, nelle successive i 2000; soltanto in un'ultima prova, spinta fino a 2400 kgr., le deformazioni raggiunsero quei limiti oltre i quali l'apparecchio a specchi avrebbe cessato di essere utilmente applicabile. Tanto durante i periodi di aumento quanto durante i periodi di diminuzione del carico, questo veniva fatto variare per piccoli gradi, in modo quanto più possibile uniforme e lento (circa 25 kgr. al minuto primo).

Siccome i soliti diagrammi di deformazione, soprattutto se eseguiti in piccola scala, non si presterebbero a mettere in evidenza i fenomeni che ci

(1) A. Martens, *Traité des essais des matériaux* (trad. P. Breuil), Paris 1904. L'ingrandimento, che normalmente è eguale a 500, venne portato a 578. Le letture, eseguite apprezzando sulla scala graduata il decimo di millimetro, risultarono pertanto espresse in 1/5780 di mm.

interessano, così io adotterò, per illustrare graficamente le mie esperienze, una speciale rappresentazione in assi cartesiani *non* ortogonali, scegliendo l'obliquità degli assi $x$ ed $y$, in relazione colle scale delle deformazioni e delle forze che su di essi rispettivamente si vogliono rappresentare, per modo che la tangente iniziale $z$ alla curva di deformazione riesca normale all'asse delle $x$. Allora tale curva può venir tracciata agevolmente, e con tutta la desiderabile precisione, assumendo per coordinate del suo punto generico rispetto agli assi ortogonali $z$ ed $x$ rispettivamente le stesse forze applicate e le differenze fra le deformazioni osservate e quelle che si sarebbero dovute verificare nell'ipotesi che il materiale sottoposto ad esperienza si fosse comportato in conformità alla classica legge di Hooke, cioè con un valore del modulo di elasticità perfettamente costante ed eguale al suo valore iniziale (o più precisamente al valore che caratterizza la deformazione effettivamente osservata in corrispondenza del primo incremento del carico applicato).

Il diagramma così ottenuto, quale vien riprodotto nella nostra figura, si presta assai meglio della tabella numerica ad un'analisi qualititava dei risultati dell'esperienza di cui ci stiamo occupando: dalla quale, come del resto da tutte le esperienze eseguite in condizioni analoghe e di cui qui non si fa cenno, è risultato con rimarchevole evidenza che, per carichi crescenti, la curva di deformazione rivolge sempre la sua concavità verso l'asse delle deformazioni; mentre che, al decrescer del carico applicato, essa si presenta immancabilmente concava dalla parte dell'asse delle forze.

Ad ogni variazione ciclica del carico, il punto rappresentativo descrive un cappio, accusando, durante la scarica, deformazioni maggiori di quelle che, a parità di carico, si producono caricando il saggio. Che ciò avvenga anche per tensioni unitarie assai più piccole di quelle su cui io ho potuto sperimentare non è qui il caso di asserire: quello che si può affermare è che non si tratta di anomalie, ma di un processo perfettamente regolare, come attestano la chiusura dei cappii ottenuti operando con forze non troppo grandi ed il modo assai marcato con cui il fenomeno si manifesta sopratutto nei cicli di grande ampiezza. Questo processo ci autorizza a mettere in rilievo la non invertibilità del fenomeno della deformazione anche in quei casi in cui esso non lascia traccia di deformazioni permanenti.

Se dopo assoggettato il saggio a sforzi crescenti fino ad un determinato valore, ed operata la trasformazione inversa da quel valore a zero, si riprende a far crescere gradatamente l'intensità del carico, la nuova curva di deformazione presenta, in generale, un andamento ben distinto da quello che si è osservato la prima volta fino in vicinanza del valore dello sforzo prima raggiunto, per dirigersi poi, sotto l'azione di carichi maggiori, sensibilmente sul prolungamento della curva di prima deformazione. Ciò mostra per una parte la poca o nessuna influenza che il ciclo descritto nel frattempo ha

sull'entità delle deformazioni prodotte da carichi maggiori. Riesce per altra parte ben definito quel complesso di alterazioni nelle proprietà del materiale a cui nel linguaggio tecnico si dà il nome di incrudimento; esso consisterebbe, in ultima analisi, nella sostituzione della curva di prima deformazione con la curva relativa ai carichi crescenti nel ciclo che ha per limite superiore il massimo carico raggiunto. Fino a che tale carico non oltrepassa certi limiti, che (almeno se si opera in modo da assicurare l'accomodamento dei cicli) sono del resto tutt'altro che bassi, i varî cappii che fan capo a carichi minori si presentano infatti tutti racchiusi entro il ciclo di massima ampiezza, ed hanno tutti in comune con questo il ramo relativo alle forze crescenti, come si può facilmente rilevare dal piccolo diagramma riprodotto nella parte destra della nostra figura (nel sistema di riferimento che ha per assi $x'$ ed $y'$), e che rappresenta il comportamento del medesimo spezzone di cui ci siamo fin qui occupati in una recente ripresa di esperienze della quale mi riservo di riferire i risultati in una prossima Nota.

Senonchè non risulta qui, come si ritiene generalmente, che il materiale, così incrudito, prenda a deformarsi con legge di semplice proporzionalità alle forze applicate: giacchè se è vero che, per carichi crescenti, la curva di deformazione si presenta sensibilmente indipendente dal limite di forza a cui ci si spinge, è pur vero che, nei passaggi dalle forze estreme a zero, si ottengono curve ben distinte fra loro e dalla precedente, e in ogni caso poi si ha a che fare con linee che non sono mai rette.

| GIORNO | ORA | Sforzo totale Kgr. | Specchio sinistro | | Specchio destro | | Somma delle differenze parziali | Deformazione totale | Incremento della deform. riferito ad 1 kgr. di incremento dello sforzo |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | Letture | Differenze parziali | Letture | Differenze parziali | | | |
| 15 febbraio | 15 ½ | 0 | 675 | — | 499 | — | — | 0 | — |
| » | | 100 | 801 | + 126 | 608 | + 109 | + 235 | 235 | + **2.35** |
| » | | 200 | 910 | + 109 | 743 | + 135 | + 244 | 479 | + 2.44 |
| » | | 400 | 1157 | + 247 | 986 | + 243 | + 490 | 969 | + 2.45 |
| » | | 600 | 1415 | + 258 | 1228 | + 242 | + 500 | 1469 | + 2.50 |
| » | | 800 | 1677 | + 262 | 1478 | + 250 | + 512 | 1981 | + 2.56 |
| » | | **1000** | 1950 | + 273 | 1739 | + 261 | + 534 | 2515 | + 2.67 |
| » | | 900 | 1830 | — 120 | 1622 | — 117 | — 237 | 2278 | — **2.37** |
| » | | 800 | 1707 | — 123 | 1505 | — 117 | — 240 | 2038 | — 2.40 |
| » | | 600 | 1454 | — 253 | 1276 | — 229 | — 482 | 1556 | — 2.41 |
| » | | 400 | 1198 | — 256 | 1044 | — 232 | — 488 | 1068 | — 2.44 |
| » | | 200 | 942 | — 256 | 805 | — 239 | — 495 | 573 | — 2.47 |
| » | | 0 | 719 | — 223 | 530 | — 275 | — 498 | 75 | — 2.49 |
| 16 » | 15 | 0 | 720 | + 1 | 529 | — 1 | 0 | 75 | — |
| » | | 100 | 817 | + 97 | 665 | + 136 | + 233 | 308 | + **2.33** |
| » | | 200 | 933 | + 116 | 787 | + 122 | + 238 | 546 | + 2.38 |
| » | | 400 | 1177 | + 244 | 1026 | + 239 | + 483 | 1029 | + 2.41 |
| » | | 600 | 1428 | + 251 | 1265 | + 239 | + 490 | 1519 | + 2.45 |
| » | | 800 | 1683 | + 255 | 1500 | + 235 | + 490 | 2009 | + 2.45 |
| » | | 1000 | 1946 | + 263 | 1745 | + 245 | + 508 | 2517 | + 2.54 |
| » | | 1200 | 2221 | + 275 | 2004 | + 259 | + 534 | 3051 | + 2.67 |
| » | | 1400 | 2501 | + 280 | 2272 | + 268 | + 548 | 3599 | + 2.74 |
| » | | **1600** | 2800 | + 299 | 2558 | + 286 | + 585 | 4184 | + 2.92 |
| » | | 1500 | 2690 | — 110 | 2431 | — 127 | — 237 | 3947 | — **2.37** |
| » | | 1400 | 2564 | — 126 | 2318 | — 113 | — 239 | 3708 | — 2.39 |
| » | | 1200 | 2323 | — 241 | 2073 | — 245 | — 486 | 3222 | — 2.43 |
| » | | 1000 | 2066 | — 257 | 1840 | — 233 | — 490 | 2732 | — 2.45 |
| » | | 800 | 1819 | — 247 | 1595 | — 245 | — 492 | 2240 | — 2.46 |
| » | | 600 | 1563 | — 256 | 1356 | — 239 | — 495 | 1745 | — 2.48 |
| » | | 400 | 1302 | — 261 | 1116 | — 240 | — 501 | 1244 | — 2.50 |
| » | | 200 | 1041 | — 261 | 871 | — 245 | — 506 | 738 | — 2.53 |
| » | | 0 | 803 | — 238 | 595 | — 276 | — 514 | 224 | — 2.57 |
| 17 » | 10 | 0 | 796 | — 7 | 591 | — 4 | — 11 | 213 | — |
| » | | 100 | 912 | + 116 | 705 | + 114 | + 230 | 443 | + **2.30** |
| » | | 200 | 1022 | + 110 | 833 | + 128 | + 238 | 681 | + 2.38 |
| » | | 400 | 1261 | + 239 | 1076 | + 243 | + 482 | 1163 | + 2.41 |
| » | | 600 | 1516 | + 255 | 1310 | + 234 | + 489 | 1652 | + 2.44 |
| » | | 800 | 1765 | + 249 | 1554 | + 244 | + 493 | 2145 | + 2.47 |

| GIORNO | ORA | Sforzo totale Kgr. | Specchio sinistro | | Specchio destro | | Somma delle differenze parziali | Deformazione totale | Incremento della deform. riferito ad 1 kgr. di incremento dello sforzo |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | Letture | Differenze parziali | Letture | Differenze parziali | | | |
| 17 febbraio | | 1000 | 2019 | + 254 | 1798 | + 244 | + 498 | 2643 | + 2.49 |
| » | | 1200 | 2279 | + 260 | 2045 | + 247 | + 507 | 3150 | + 2.53 |
| » | | 1400 | 2542 | + 263 | 2299 | + 254 | + 517 | 3667 | + 2.59 |
| » | | 1600 | 2814 | + 272 | 2560 | + 261 | + 533 | 4200 | + 2.67 |
| » | | 1800 | 3128 | + 314 | 2863 | + 303 | + 617 | 4817 | + 3.08 |
| » | | **2000** | 3466 | + 338 | 3197 | + 334 | + 672 | 5489 | + 3.34 |
| » | | 1900 | 3355 | — 111 | 3072 | — 125 | — 236 | 5253 | **— 2.36** |
| » | | 1800 | 3237 | — 118 | 2949 | — 123 | — 241 | 5012 | — 2.41 |
| » | | 1600 | 2993 | — 244 | 2708 | — 241 | — 485 | 4527 | — 2.43 |
| » | | 1400 | 2745 | — 248 | 2167 | — 241 | — 489 | 4038 | — 2.45 |
| » | | 1200 | 2489 | — 256 | 2230 | — 237 | — 493 | 3545 | — 2.47 |
| » | | 1000 | 2243 | — 246 | 1980 | — 250 | — 496 | 3049 | — 2.48 |
| » | | 800 | 1985 | — 258 | 1737 | — 243 | — 501 | 2548 | — 2.50 |
| » | | 600 | 1725 | — 260 | 1490 | — 247 | — 507 | 2041 | — 2.53 |
| » | | 400 | 1460 | — 265 | 1243 | — 247 | — 512 | 1529 | — 2.56 |
| » | | 200 | 1194 | — 266 | 993 | — 250 | — 516 | 1013 | — 2.58 |
| » | | 0 | 950 | — 244 | 710 | — 283 | — 527 | 486 | — 2.64 |
| » | 15 | 0 | 934 | — 16 | 700 | — 10 | — 26 | 460 | — |
| » | | 100 | 1047 | + 113 | 815 | + 115 | + 228 | 688 | **+ 2.28** |
| » | | 200 | 1157 | + 110 | 940 | + 125 | + 235 | 923 | + 2.35 |
| » | | 400 | 1400 | + 243 | 1177 | + 237 | + 480 | 1403 | + 2.40 |
| » | | 600 | 1651 | + 251 | 1414 | + 237 | + 488 | 1891 | + 2.44 |
| » | | 800 | 1898 | + 247 | 1657 | + 243 | + 490 | 2381 | + 2.45 |
| » | | 1000 | 2152 | + 254 | 1900 | + 243 | + 497 | 2878 | + 2.49 |
| » | | 1200 | 2414 | + 262 | 2150 | + 250 | + 512 | 3390 | + 2.56 |
| » | | 1400 | 2676 | + 262 | 2403 | + 253 | + 515 | 3905 | + 2.58 |
| » | | 1600 | 2944 | + 268 | 2663 | + 260 | + 528 | 4433 | + 2.64 |
| » | | 1800 | 3214 | + 270 | 2929 | + 266 | + 536 | 4969 | + 2.68 |
| » | | **2000** | 3495 | + 281 | 3209 | + 280 | + 561 | 5530 | + 2.80 |
| » | | 1900 | 3385 | — 110 | 3081 | — 128 | — 238 | 5292 | **— 2.38** |
| » | | 1800 | 3264 | — 121 | 2959 | — 122 | — 243 | 5049 | — 2.43 |
| » | | 1600 | 3020 | — 244 | 2715 | — 244 | — 488 | 4561 | — 2.44 |
| » | | 1400 | 2771 | — 249 | 2475 | — 240 | — 489 | 4072 | — 2.45 |
| » | | 1200 | 2521 | — 250 | 2233 | — 242 | — 492 | 3580 | — 2.46 |
| » | | 1000 | 2268 | — 253 | 1991 | — 242 | — 495 | 3085 | — 2.48 |
| » | | 800 | 2012 | — 256 | 1748 | — 243 | — 499 | 2586 | — 2.50 |
| » | | 600 | 1754 | — 258 | 1501 | — 247 | — 505 | 2081 | — 2.52 |
| » | | 400 | 1492 | — 262 | 1254 | — 247 | — 509 | 1572 | — 2.55 |

| GIORNO | ORA | Sforzo totale Kgr. | Specchio sinistro | | Specchio destro | | Somma delle differenze parziali | Deformazione totale | Incremento della deform. riferito ad 1 kgr. di incremento dello sforzo |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | Letture | Differenze parziali | Letture | Differenze parziali | | | |
| 17 febbraio | | 200 | 1223 | — 269 | 1006 | — 248 | — 517 | 1055 | — 2.58 |
| » | | 0 | 966 | — 257 | 740 | — 266 | — 523 | 532 | — 2.62 |
| 18 » | | 0 | 948 | — 18 | 724 | — 16 | — 34 | 498 | — |
| » | | **2000** | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| » | | 0 | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| » | | **2000** | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| » | | 0 | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| » | | **2000** | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| » | | 0 | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| » | | **2000** | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| » | | 0 | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| 19 » | 10 | 0 | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| » | | **2000** | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| » | | 0 | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| » | 16 | 0 | 950 | ... | 789 | ... | ... | 565 | — |
| » | | 100 | 1074 | + 124 | 897 | + 108 | + 232 | 797 | + **2.32** |
| » | | 200 | 1205 | + 131 | 1004 | + 107 | + 238 | 1035 | + 2.38 |
| » | | 400 | 1445 | + 240 | 1240 | + 236 | + 476 | 1511 | + 2.38 |
| » | | 600 | 1694 | + 249 | 1472 | + 232 | + 481 | 1992 | + 2.41 |
| » | | 800 | 1948 | + 254 | 1709 | + 237 | + 491 | 2483 | + 2.45 |
| » | | 1000 | 2203 | + 255 | 1950 | + 241 | + 496 | 2979 | + 2.48 |
| » | | 1200 | 2462 | + 259 | 2190 | + 240 | + 499 | 3478 | + 2.50 |
| » | | 1400 | 2722 | + 260 | 2437 | + 247 | + 507 | 3985 | + 2.54 |
| » | | 1600 | 2980 | + 258 | 2703 | + 266 | + 524 | 4509 | + 2.62 |
| » | | 1800 | 3248 | + 268 | 2965 | + 262 | + 530 | 5039 | + 2.65 |
| » | | 2000 | 3516 | + 268 | 3235 | + 270 | + 538 | 5577 | + 2.69 |
| » | | 2200 | 3831 | + 315 | 3551 | + 316 | + 631 | 6208 | + 3.15 |
| » | | **2400** | 4366 | + 535 | 4090 | + 539 | + 1074 | 7282 | + 5.37 |

**Meccanica.** — *Esperienze sulla elasticità a trazione del rame.* Nota II del dott. ing. Gustavo Colonnetti, presentata dal Socio V. Volterra.

**Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.**

Zoologia. — *L'apparato reticolare interno di Golgi nelle cellule nervose dei crostacei.* Nota della prof. Rina Monti, presentata dal Socio B. Grassi.

Da qualche anno, mentre studiavo la struttura ed i vicendevoli rapporti tra gli elementi nervosi negli invertebrati (1), ho dedicato i miei sforzi a ricercare se nel sistema nervoso degli artropodi, e di altri animali inferiori, esistano formazioni paragonabili all'apparato reticolare interno, scoperto dal Golgi nei vertebrati.

Mentre io lavoravo, sono venute alla luce le pubblicazioni della scuola di Nusbaum sull'argomento (2); tuttavia credo non inutile il far conoscere i miei risultati, perchè ho ragione di crederli assai più completi, e meglio paragonabili a quelli ottenuti dal Golgi e della sua scuola.

Per oggi, intendo limitarmi a parlare di qualche classe degli artropodi, e, particolarmente, dei crostacei.

Il Poluszynski (3), studiando i crostacei coi metodi di Golgi e di Kopsch, non ha mai trovato un apparato reticolare; egli ha osservato sempre, nelle cellule nervose, soltanto dei corti bastoncelli, talvolta ricurvi, oppure dei granuli sempre ben separati, distanziati e disseminati nel corpo di ogni cellula gangliare: egli ritiene che questa formazione a granuli od a corti bastoncelli sia omologa all'apparato reticolare interno di Golgi.

Specialmente in base a questi risultati del suo discepolo, il Nusbaum conclude che l'apparato di Golgi può presentarsi sotto le forme più diverse, come reti, filamenti, granuli bacteriformi, anelli ecc.; perciò la denominazione di apparato reticolare non avrebbe fondamento nei gruppi inferiori, e non potrebbe generalizzarsi.

I preparati da me ottenuti forniscono risultati diversi, e mi permettono fin da ora di giungere a conclusioni, che si discostano da quelle dell'istologo di Lemberg.

(1) Rina Monti, *Sur les relations mutuelles entre les éléments dans le système nerveux central des Insectes* Archives d'anatomie microscopique, T. XV, fasc. II e III, an. 1913.

(2) Nusbaum, *Ueber den sogenannten inneren Golgischen Netzapparat und sein Verhältniss zu den Mitochondrien, Chromidien, und andern Zellstrukturen im Tierreich.* Archiv. für Zellforschung, Band X, 3 Heft., 1913.

(3) Poluszynski, *Untersuchungen ueber den Golgi-Kopsch'schen Apparat und einige andere Strukturen in den ganglienzellen der Crustaceen.* Bulletin de l'Académie des sciences de Cracovie, février 1911.

Quando la reazione è già sorpassata, si riconoscono figure in vero corrispondenti a quelle date dal Poluszynski; ma, allorquando si segue la reazione con somma cura, si possono ottenere immagini di estrema finezza, che dimostrano delicate formazioni di struttura, assai meglio paragonabili coll'apparato reticolare interno di Golgi.

I risultati migliori vennero finora da me ottenuti nelle cellule gangliari di media grandezza, ed anche nelle cellule nervose piccole delle catene gangliari di *Astacus fluviatilis*, e di *Homarus vulgaris*, facendo la reazione sui gangli isolati da animali vivi.

Aggiungo che formazioni analoghe, ma non del tutto simili, ho potuto osservare anche in altri tessuti degli stessi animali, ma di questi dirò una altra volta.

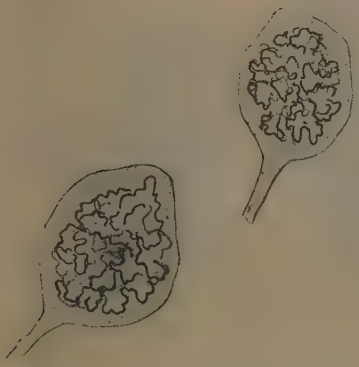


Fig. 1. — Cellule gangliari piccole di *Astacus fluviatilis* con disposizione reticolare.

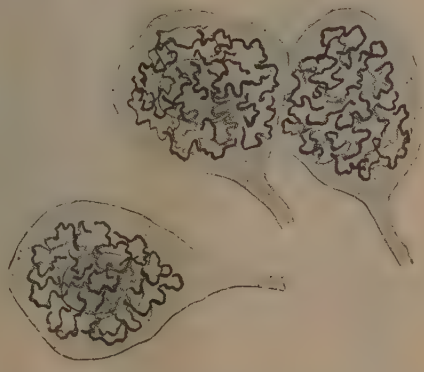


Fig. 2. — Cellule gangliari di media grandezza di *Astacus fluviatilis* con disposizione reticolare.

Nel corpo delle cellule gangliari, intorno al nucleo, che è ben riconoscibile quantunque non impregnato, quando la reazione è bene riuscita si vede un lasso gomitolo di sottili filamenti, caratterizzati dalla loro colorazione uniforme in nero intenso, dai loro contorni lisci e perfettamente regolari, dal calibro costante (fig. 1 e 2) (1). Questi filamenti, disordinatamente ravvolti ed aggrovigliati, ma non mai fittamente addossati tra loro, occupano quasi tutto il corpo della cellula, lasciando libero soltanto un sottile orlo alla periferia; e non si estendono mai al prolungamento nervoso: anzi, là dove il prolungamento entra nella cellula, e forma la tipica piramide di espansione delle neurofibrille, la formazione gomitolare si ritira maggiormente verso l'interno, quasi fosse contenuta e respinta dal fascio delle neurofibrille che entrano

(1) Le figure vennero eseguite con microscopio Koristka, camera chiara Abbe, imm. $\frac{1}{15}$ oc. 8 comp.

nella cellula, per poi decorrere prevalentemente nello strato più superficiale del corpo cellulare.

Come il Golgi ha già messo in evidenza (1) per il suo apparato reticolare interno, anche nel nostro caso la posizione, l'estensione, la forma di insieme, e la minuta struttura dell'apparato gomitolare da me descritto, non permettono di confondere l'apparato stesso colle neurofibrille, il cui aspetto ed i cui rapporti sono ben diversi, come risulta dal mio lavoro già citato.

Fig. 3. — Cellula gangliare media di *Homarus vulgaris* con disposizione reticolare lassa.

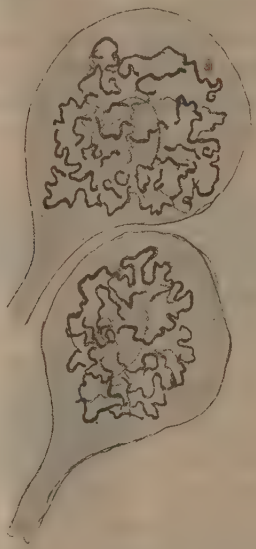


Fig. 4. — Cellule gangliari di media grandezza di *Astacus fluviatilis*, con disposizione reticolare lassa, e notevole frammentazione dei filamenti.

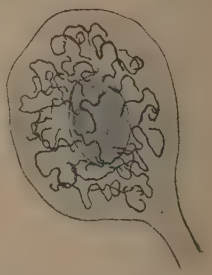


Fig. 5. — Cellula gangliare di *Homarus vulgaris*, con parziale frammentazione dei filamenti gomitolari.

Ho detto che il gomitolo filamentoso appare assai lasso (fig. 3); gli spazî che intercedono tra i singoli fili, che si ravvolgono e si aggrovigliano tra loro, sono più che sufficienti per fare posto alle neurofibrille, che si spiegano e talvolta fanno vortice nel corpo cellulare, ed anche a granuli, sostanza di riserva, a vacuoli, che non mancano nelle cellule gangliari degli artropodi. Se noi vogliamo meglio decifrare la minuta struttura dell'elegante formazione gomitolare in esame — vogliamo cioè risolvere il problema se si tratta di una vera formazione reticolare, come quella descritta dal Golgi nei vertebrati, o non piuttosto di un gomitolo o di un groviglio di fili sovrapposti senza alcuna anastomosi fra loro — giova procedere ad un paziente studio di sottili

(1) Golgi, *Opera omnia*, vol. II, Milano (Hoepli) 1903.

sezioni coi massimi ingrandimenti. Si vedono allora i singoli filamenti variamente incurvati, talvolta lunghi, a decorso ondulato e serpeggiante, ripiegati talvolta in vario senso: se la sezione è molto sottile, i filamenti sono in parte tagliati (fig. 4 e 5). Si capisce, quindi, come le imagini osservate rappresentino soltanto dei monconi di filamenti a decorso più lungo e più vario, interrotti più o meno presto dalla sezione. I monconi più brevi sono incurvati ad ansa o a lettera S; altri hanno figure serpentine: qualcuno si divide formando una forchetta, qualche altro presenta l'aspetto di una lettera a T (fig. 6 e 7); qualcuno è come un anello chiuso, a luce abbastanza ampia: più spesso l'anello è incompleto.

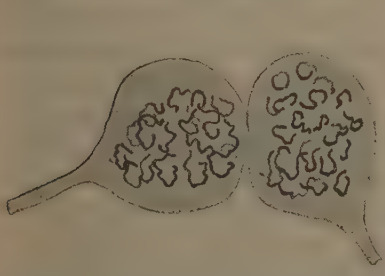


Fig. 6. — Cellule gangliari piccole di *Homarus vulgaris*: formazione gomitolare frammentata, con disposisione prevalentemente anulare.

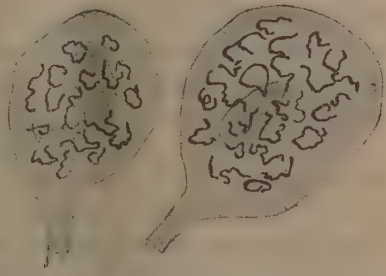


Fig. 7. — Cellule gangliari di media grandezza di *Homarus vulgaris*, con disposizione come nelle precedenti; i filamenti del reticolo sono anche più allontanati.

Le biforcazioni, specialmente sul percorso dei tronchi più lunghi, e le formazioni ad anello chiuso, mi inducono a concludere che l'apparato in questione, se è prevalentemente filamentoso e gomitolare, e non riproduce integralmente il denso reticolato a maglie chiuse descritto dal Golgi nei vertebrati, tuttavia presenta connessioni tra i filamenti, e, nel suo insieme, si accosta all'apparato scoperto da Golgi assai più che non le imagini descritte e le figure disegnate fin qui dagli autori, che hanno studiato l'argomento.

La configurazione generale dell'apparato, i suoi rapporti, i suoi limiti rispetto alla più corticale zona della cellula, la sua assenza nel prolungamento nervoso, ricordano in modo suggestivo la disposizione ed i rapporti dell'apparato endocellulare di Golgi.

Il grande maestro di Pavia si è sempre mantenuto nel massimo riserbo circa la natura ed il significato delle formazioni da lui scoperte.

Io, dopo aver rilevato tutte le note di somiglianza, ed aver segnalato i caratteri per i quali l'elegante formazione da me descritta nelle cellule nervose dei crostacei si scosta dall'apparato reticolare interno dei vertebrati,

debbo pure concludere che le immagini da me ottenute sono, assai meglio di quelle del Poluszynski, paragonabili con l'apparato di Golgi. Ciò non di meno, non credo ancora di potere, senz'altro, entrare a discutere la questione delle omologie. Su questo punto, credo opportuno di mantenere qualche riserbo, perchè le comparazioni tra i risultati ottenuti in animali, appartenenti a tipi assolutamente diversi e lontani fra loro, possono talvolta indurci a conclusioni premature, dannose alla più retta interpretazione di fatti ulteriori. E questo mio riserbo è bene giustificato dalle osservazioni fatte recentemente dal Pensa (1), il quale, dopo le indagini del Barinetti (2), è venuto a dare una interpretazione diversa del reticolo da lui primitivamente osservato nelle cellule cartilaginee. Perciò, a maggiore ragione, in una breve Nota preventiva non è il caso che io discuta gli eventuali rapporti delle formazioni endocellulari, messe in evidenza nelle cellule nervose, con altre formazioni analoghe, dimostrabili in altri tessuti, come pure coi mitocondrii o plastosomi (3).

Qualunque sia l'interpretazione, che i nuovi studî condurranno a dare, dell'apparato di Golgi nelle cellule, i fatti fin qui dimostrati sulla costituzione degli elementi nervosi mi autorizzano ad esprimere un pensiero, che forse non è privo di una portata generale.

Tutte le osservazioni fin qui fatte, valgono a dimostrare che negli elementi nervosi centrali dei vertebrati esiste una differenza sostanziale tra la costituzione dei prolungamenti nervosi e quella dei corpi cellulari. Il prolungamento nervoso consta esclusivamente di un fascio neurofibrillare; il corpo delle cellule nervose, oltre alle neurofibrille entranti, contiene altre formazioni, come i granuli di Nissl e l'apparato reticolare interno di Golgi, che, come il Marcora ha dimostrato (4), sono due formazioni distinte. Queste formazioni non si limitano al corpo cellulare, ma si estendono ai prolungamenti protoplasmatici; da ciò emerge evidente il concetto che i prolungamenti protoplasmatici delle cellule nervose dei vertebrati hanno la stessa costituzione del corpo cellulare, e rappresentano soltanto un'espansione di questo, mentre il prolungamento nervoso è assolutamente diverso, in quanto è costituito esclusivamente da neurofibrille e non contiene traccia di quelle formazioni particolari.

(1) Pensa Antonio, *La struttura della cellula cartilaginea*, Archiv. f. Zellforschung, XI Band, 4 Heft, 1913.

(2) Barinetti Carlo, *L'apparato reticolare interno e la centrosfera nelle cellule di alcuni tessuti.* Bollettino della Società medica di Pavia, 1912.

(3) Io mi riserbo di esprimere la mia opinione in una Memoria prossima: e spero che le svariate ricerche, da me intraprese, sugli animali inferiori, mi permetteranno di portare qualche luce nella controversia tanto dibattuta anche nella recente rivista sintetica di Duesberg, e non risolta neppure dai lavori che furono pubblicati in questi ultimi giorni.

(4) Marcora Ferruccio, *Sui rapporti tra apparato reticolare interno e corpi di Nissl negli elementi nervosi.* Bollettino Società medica, Pavia, 1908.

Negli invertebrati — almeno in quegli invertebrati dove le cellule nervose non sono unipolari, ma presentano diversi prolungamenti, tutti ugualmente costituiti da neurofibrille di passaggio, così che le cellule hanno il carattere di cellule a parecchi prolungamenti nervosi — io ho potuto osservare che i granuli, gli interclusi cellulari e l'apparato di Golgi sono limitati al corpo cellulare.

Da ciò debbo concludere che i prolungamenti protoplasmatici delle cellule nervose dei vertebrati sono della stessa natura del corpo cellulare, e non sono omologhi ai prolungamenti brevi delle cellule nervose degli invertebrati. Queste non hanno espansioni protoplasmatiche, ma solo prolungamenti formati da neurofibrille.

Io ravviso in questa nozione un nuovo criterio in appoggio di quella dottrina che il Golgi ha esposto nella sua classica opera sul sistema nervoso, cioè una nuova documentazione della omogeneità del corpo cellulare e dei prolungamenti protoplasmatici dei vertebrati, e della sostanziale differenza che intercede tra questi ed i prolungamenti nervosi.

Fisica. — *Sull'interferografo girante del sig. Sagnac.* Nota del prof. Luigi Puccianti, presentata dal Socio A. Ròiti.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

## MEMORIE
## DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

1. Galeotti, Giuliani, Higgins, Signorelli e Viale. *Gli effetti dell'alcool sulla fatica in montagna.* Pres. dal Socio Fano.

2. Negro. *Ricerche sperimentali di elettrofisiologia circa l'azione che sui nervi motori della rana esercitano le scariche elettriche a basso potenziale, ottenuto a circuito aperto dai singoli peli di coppie voltaiche.* Pres. dal Socio Grassi.

## RELAZIONI DI COMMISSIONI

Il Socio Grassi, a nome proprio e del Corrisp. Baccarini, rel., legge una Relazione colla quale si propone la inserzione negli Atti accademici della Memoria del dott. G. Bargagli Petrucci, avente per titolo *Sull'origine biologica della Terra di Siena* (*Terre gialle e bolari del Monte Amiata.*

La proposta della Commissione esaminatrice, messa ai voti dal Presidente, è approvata dalla Classe, salvo le consuete riserve.

## PERSONALE ACCADEMICO

Il Presidente Blaserna comunica i ringraziamenti inviati dal professore Hill all'Accademia per la sua recente nomina a Socio straniero.

Lo stesso Presidente dà il triste annuncio della morte del Socio straniero Sir David Gill, avvenuta il 24 gennaio scorso; faceva parte il defunto dell'Accademia, per l'Astronomia, sino dal 16 agosto 1906.

Altra perdita che deve lamentare l'Accademia è quella del prof. Harry Rosenbusch, mancato ai vivi il 20 gennaio 1914, che dell'Accademia era Socio straniero, per la Mineralogia, sino dal 28 agosto 1901.

Commemorazione del Corrispondente prof. Igino Cocchi, letta dal Socio C. De Stefani, nella seduta del 4 gennaio 1914.

Il 18 giugno 1852 si laureava Igino Cocchi in Pisa, in scienze naturali, discepolo di Paolo Savi e di Giuseppe Meneghini; ed era il primo, in ordine di tempo, fra i discepoli di quest'ultimo grande maestro, che dovevano poi occupare nove delle principali cattedre di geologia in Italia. Ereditava egli dal maestro l'amore ed il preciso concetto della scienza ed il criterio tanto simile a quello che in altri campi chiamano criterio giuridico, che ai fortunati possessori è guida sicura e faro luminoso di ben diretta vita scientifica.

Fin da allora, da studente, il nostro, insieme con Cesare D'Ancona, con Giovanni Tranquilli, con Luigi Boldrini, aiutava il maestro a compilare il suo Trattato di geografia fisica, il primo che uscisse in Italia.

Era nato Igino in Terrarossa di Lunigiana il 27 ottobre 1827, e nella visione di quegli svariati e pittoreschi luoghi appenninici apprendeva il primo conoscimento di vicende terrestri e l'avviamento a quella scienza che doveva poi coltivare.

Da poco laureato, nel 1854 e nel 1855 recavasi a Parigi, dove alla Sorbona ed al Jardin des Plantes faceva la conoscenza dei valenti scienziati che vi insegnavano le varie parti della geologia. Era allora Parigi ritrovo scientifico e mèta agli studiosi d'ogni dove. Prima di tornare in patria, si soffermava pure a Londra. Ritornato, nel 1857 progettava per la Toscana una Società geologica la quale, con l'aiuto del governo granducale, s'incaricasse di fare la carta geologica; ma i tempi a ciò non erano ancora maturi.

Nel 1859 gli veniva offerta come supplente la cattedra di geologia nell'Istituto superiore di Firenze, dove già insegnavano altri valenti; ed egli la accettò e nel seguente anno fu nominato professore ordinario. Era quella cattedra, senza i diffalchi cui venne soggetta di poi, la meglio fornita e

corredata d'Italia, ed era veramente l'Istituto ente superiore alle Università a' cui laureandi serviva di perfezionamento.

Mandato commissario per l'Italia all'Esposizione internazionale di Londra, del 1862, dove avea presentato l'estratto di alcuni studî fatti alla Spezia nelle vacanze del 1858, pubblicò una *Relazione sulla mineralogia e geologia* (Firenze 1862).

Dalla cattedra dettava, nel 1864, *Lezioni sulla geologia dell'Italia centrale*, nelle quali teneva conto di tutti i ritrovamenti fatti dappoi che nel 1851 il Meneghini ed il Savi avevan pubblicato il loro classico lavoro in aggiunta alla traduzione del libro di Sir Impey Murchison direttore del Geological Survey d'Inghilterra, *Sulle Alpi, gli Appennini e i Carpazî*, libro che ha avuto grande predominio nella geologia del secolo scorso e l'ha ancora in tanti argomenti ed idee che necessità di fatti dovrebbero più o meno modificare. Teneva conto il Cocchi di studî suoi, preannunziati in una Nota presentata alla Società geologica di Francia nel 1856, particolarmente sul Terziario antico, le cui suddivisioni debbono tuttora essere mantenute, e degli studî del Capellini sull'Infralias della Spezia: questi avevano portato anche il Meneghini a ritornare all'idea del Pareto e del Pilla, prima combattuta, del rovesciamento dei terreni del promontorio occidentale della Spezia. L'avere riconosciuto questo rovesciamento (o, direbbesi oggi, parziale carreggiamento) stabilito dal Pareto e dal Pilla quando fuori, di tali fenomeni, diventati poi generali, nemmeno si discuteva, dette al Cocchi ed ai suoi contemporanei la chiave della geologia di Toscana e del finitimo Appennino. Invano oggi si sforzano alcuni di tornare alle antiquate idee, solo perchè queste trovansi nel libro del Meneghini, sebbene il maestro, sempre ispiratore imparziale ed impersonale del vero a sè ed ai suoi discepoli, fosse stato il primo ad abiurarle. Le *Lezioni* furono pubblicate nel 1864 (Firenze, 1 vol. in 8°) da un discepolo del Cocchi, dal Puini, che poi, passò ad altri studî. Fra le più importanti parti delle *Lezioni* è quella che tratta dei marmi delle Alpi Apuane, sebbene ancora non fosse riconosciuta la perfetta equivalenza di quelli della regione N-E: e dico che fu tra le più importanti, perchè dette in breve buoni frutti pratici ed aprì la via alle grandiose escavazioni in luoghi nuovi che furono intraprese poco di poi. Tanto è vero che la pratica e la perfezione della vita comune hanno loro derivazione solo dallo spirito e dalla scienza vera: anche, per la sua modesta parte, da questa multiforme e complicata geologia che solo a pochi apre i suoi misteri, sebbene ognuno creda poterla trattare a suo modo, sì che per essa *un Marcel diventa ogni villan che parteggiando viene.*

Non tralasciava il Cocchi di continuare gli studî sul terreno, mentre nei momenti di riposo fisico si dedicava così allo studio dei fossili, anche dell'uomo, e dei resti delle antiche industrie umane, come al completamento ed al riordinamento del ricco e famoso gabinetto che egli dirigeva e che

non cessava di aumentare con viaggi ed escursioni continue negli Appennini e specialmente in quelli, difficili a studiarsi, ma meno poveri di petrificazioni, della Garfagnana e della sua Lunigiana. La pusillanimità di badar solo a qualche piccola parte della scienza e di credere vero ed importante solo ciò che prediligiamo, non gli piaceva: perciò si occupava di molte cose, giacchè il saper vero dona e riceve da ogni parte. Pubblicò nel 1864 (Firenze, 1 vol. in 4°, con 6 tav.) la *Monografia dei « Pharingodopilidae », nuova famiglia di Pesci labroidi*, descrivendo varie specie nuove, non tutte ammesse di poi ed in seguito riferite alla già nota famiglia dei *Nummopalatidae*. Nel successivo anno 1865, nelle Memorie della Società italiana di scienze naturali compariva il suo lavoro *Di alcuni resti umani*, ove descriveva arnesi dell'età della pietra e del bronzo raccolti in varî punti di Toscana, specialmente nella Buca delle Fate presso Livorno.

Un altro lavoro succoso, senza quella prolissità che è propria di molti naturalisti, specie di quelli che non hanno idee, usciva nel 1866, *Sulla geologia della val di Magra* (Mem. d. Soc. italiana di sc. nat., vol. II, Milano, in 4°). Sull'*uomo fossile nell'Italia centrale* (Mem. della Soc. italiana di sc. nat., Milano, in 4°) tornava con assai maggiori particolari nel 1867. Trattava egli del cranio umano (ormai, per opera sua, famoso) dell'Olmo in val di Chiana, uno dei più antichi di situazione stratigraficamente determinata trovati in Italia, sebbene non antichissimo, non rimontando esso, pare, alle età litiche, ma sulla cui età precisa vertono ancora discussioni non chiuse.

A proposito del medesimo, con quella dirittura di criterio e con le cognizioni stratigrafiche e paleontologiche proprie di ogni suo lavoro, con modo piacevole e chiaro esponeva per la prima volta la storia comprensiva della Val d'Arno superiore, regione tanto visitata da italiani e da stranieri per l'abbondanza de' suoi fossili; e ne tracciava le linee fondamentali, completate poi, per quanto riguardava le comunicazioni del grande lago col mare, dal Ristori e dal Pantanelli, come lui, pur troppo scomparsi e da altri. Vi discorreva pure, in modo magistrale, dei terreni pliocenici e postpliocenici della Chiana, di Val di Magra, di Livorno.

Nel 1868 usciva un suo utile volumetto sull'*Origine dei combustibili fossili* (Milano), e nel 1870 tornava sulla sua *Val di Magra* con due Memorie (Bollettino del R. Comitato geologico, Firenze), nelle quali illustrava il terreno titonico di Giaredo ed il granito terziario. Nel 1861 il Cocchi, con altri, era stato chiamato a far parte di una Commissione che studiasse l'eseguimento della carta geologica d'Italia; ma senza conclusioni per allora, sebbene egli tornasse sull'argomento nel 1862, dopo il suo viaggio a Londra. Nel 1866, portata la capitale d'Italia, nella sua prima tappa verso il destino auspicato da secoli, da Torino a Firenze, essendosi ripetute le proposte e le deliberazioni di fondare un Istituto o Comitato geologico che, a

simiglianza di altri paesi, avesse a cura il rilevamento di una Carta geologica del Regno, e dovendo essere quell'Istituto, naturalmente, nella Capitale, nel 1866 si nominarono il Cocchi, il Meneghini e lo Scarabelli nella Commissione per sorvegliare i lavori; e nel 1867 fu data al primo, come ad uomo volenteroso e laborioso, la presidenza della Commissione geologica, poi quella del Comitato geologico definitivamente costituito.

Si occupò subito egli della bisogna, come gli scarsi mezzi permettevano; e cominciò a compilare una Carta geologica d'Italia al 1/600000, che fu mandata all'Esposizione di Parigi dell'anno stesso 1867: molte osservazioni sulla Toscana, l'Umbria, l'Emilia, la Liguria erano del Cocchi. Di quel primo tentativo, rimasto manoscritto, esistono solo due copie, una presso il Ministero d'agricoltura, l'altra presso il Cocchi.

Rivolse questi l'opera sua all'isola d'Elba ricchissima di minerali, costituita da svariati terreni, il cui studio, già avviato da tanti, era necessario anche per le miniere del ferro e per gli altri minerali che lo Stato vi ha, vigendo ivi leggi diverse da quelle di Toscana e diritto di principe sul sottosuolo.

Studiando insieme le regioni del littorale finitimo, pubblicò nel 1870 le brevi *Note geologiche sopra Cosa, Orbetello e monte Argentario* (Bull. del R. Comitato geologico italiano, nn. 11 e 12), nelle quali, ritenendo però troppo antichi tutti que' terreni, gettò le basi della non complicata geologia di que' luoghi, basi che credo rimangano salde anche di fronte a lavori più recenti i quali vorrebbero tornare ai tempi pre-Cocchiani, a quelli della scuola pisana di prima maniera.

Dopo alcuni cenni preliminarî pubblicati nel 1870, nel 1871 uscì con numerosi disegni, spaccati geologici e carte, la *Descrizione geologica dell'isola d'Elba* nelle Memorie del R. Comitato geologico, Firenze; uno dei principali lavori del Cocchi, che non ha perduto importanza dopo la descrizione della stessa isola comparsa pochi anni dopo ad opera del Lotti per incarico dello stesso Ufficio geologico. Il Cocchi non aveva potuto approfittare delle precise carte topografiche dello Stato Maggiore italiano (non ancora pubblicate), fondamento indispensabile di ogni rilevamento geologico che vogliasi preciso; nè, in quegli anni che studiava l'Elba, era ancora diffuso presso noi, come altrove, lo studio microscopico e chimico delle rocce le quali all'Elba sono tanto svariate e per le quali sovrabbondano, nè sono ancora completi, gli studî susseguenti al Cocchi. Lo schema e, direi quasi, lo scheletro della geologia Elbana rimane però essenzialmente quello stabilito dal Cocchi, pure nell'età dei graniti e dei porfidi, nell'origine filoniana del ferro, quand'anche sulle opinioni sue e del Lotti siano sôrte e possano perpetuamente rinnovellarsi delle controversie.

Furono quelli, per il nostro, gli anni della maggiore attività; avendo egli da sè, o con l'aiuto degli operatori del Comitato geologico, indirizzate

le ricerche ai terreni dei dintorni di Firenze ed alle Alpi Apuane, della cui parte meridionale inviò una prima Carta all'Esposizione internazionale di Vienna, e sui marmi delle quali aveva pubblicato un accenno nel 1871 (Boll. del R. Com. geologico).

Nell'anno seguente, in fatto di paleontologia, dette la preziosa descrizione *Di due scimmie fossili italiane* (Boll. del R. Com. geologico, Firenze, 1872) recentemente scoperte in Toscana; alla geologia serbò il primo cenno *Del terreno glaciale delle Alpi Apuane* (Boll. del R. Com. geologico), cenno che fu poi completato dallo Stoppani e da altri; ed a servizio della paletnologia e delle collezioni paletnologiche del suo Museo, passate poi a quello di antropologia dello stesso Istituto superiore, pubblicò il *Catalogo della raccolta degli oggetti de' così detti tempi preistorici* (1 volume in 8°, Firenze 1872). Erasi allora la raccolta toscana assai arricchita per una compra dal Foresi.

Nè l'attività del suo ingegno si limitava a questi campi assai svariati.

Pensò il Cocchi, amante dei monti e della propria terra, che pure in Firenze convenisse istituire una sede del Club Alpino al quale la moda volubile, ma allora sagace, attraeva la gioventù italiana e specialmente la signoria animosa e desiosa di conoscere e far conoscere le bellezze dei nostri paesi. Fu dunque egli nel 1868 il proponitore e, nell'anno seguente, il primo presidente della sede di Firenze, e fece rivolgere i passi e lo studio al rimboschimento dell'Appennino e primieramente verso le sue Alpi Apuane.

Nel 1873 era stato stabilito di portare la sede dei lavori per la Carta geologica da Firenze a Roma e poco di poi al Cocchi fu tolta la presidenza del Comitato geologico con eccessiva disinvoltura, come è costume, dicono, dei governi costituzionali non sensibili alla gratitudine: ma credo tali sian tutti.

Fu egli bensì conservato nel Comitato, e vi rimase fino agli ultimi anni di sua vita, ma senza più oltre occuparsi di migliorare il sistema della Carta secondo che varî geologi desideravano, e senza gran fatto prender parte attiva ai lavori: ciò che del resto non si sarebbe potuto nè si può pretendere da una istituzione che si raduna una volta l'anno per mettere il benestare a lavori diretti da altri.

Forse il trovarsi così messo da parte dopo le grandi prove di attività che aveva dato e nel mentre legittimamente attendeva di cogliere i migliori frutti dell'opera sua, scoraggiò il Cocchi; e sì lo sconfortò che, da allora in poi si può dire che egli si ritraesse e quasi, sebbene non completamente, abbandonasse il campo della scienza.

Infatti, nel 1874 si ritirava anche dall'insegnamento durato 15 anni, per dirigere le nuove cave di marmo di Val d'Arni in quel di Seravezza e di Vagli, che egli aveva messe in evidenza e quasi discoperte; e quivi stette circa 3 anni.

Si ritirò poi anche da questo ufficio. Oramai, da varî anni egli aveva rallentato quella attività che gli avevano data la gioventù, la fede negli utili risultati della scienza, e quelle facilità che sono proprie di chi sta a capo di un Istituto scientifico.

Egli si dedicò alla amministrazione del suo importante patrimonio, esempio degno di imitazione, e, per chi si dimostri prudente ed avveduto come il nostro, utile alla patria quanto l'opera di chi si chiuda e si isterilisca in limitate ricerche scientifiche. I suoi concittadini di Licciana in provincia di Massa, e que' di Arezzo dove aveva sue terre, lo chiamarono consigliere e deputato provinciale per Massa e consigliere comunale, poi, nella Giunta prov. ammin. di Arezzo: in Firenze pure, dove per l'onestà del sentire come per la scienza, godeva grande estimazione, fu in que' tempi spesso chiamato per cose pubbliche. Lo ebbi collega in alcune di quelle pubbliche Amministrazioni; avversario in altre; ma tutti, colleghi od avversari, gli resero sempre giustizia.

Non aveva però completamente dismesso la partecipazione alla vita scientifica. Così tenne la *Solenne commemorazione di Quintino Sella nell'Accademia Petrarca di Arezzo* (Firenze, 1884); e l'11 giugno 1899, come uno de' più antichi e prediletti discepoli del Meneghini, lesse il *Discorso per l'inaugurazione del monumento al maestro nel camposanto di Pisa* (Pisa, 1900). *Di alcuni nuovi fossili scoperti al Vingone in Val di Chiana*, argomento del quale si era già occupato in qualcuno de' suoi maggiori lavori giovanili, ebbe a dire alla « Società toscana di scienze naturali », ed in quella circostanza ricordo che egli fece l'ultima visita al Gabinetto geologico di Firenze. Quale membro, consigliere e vice presidente della « Società medica italiana d'idrologia e climatologia », ed anche come consulente idrologo dello Stato per le acque di Montecatini, scrisse sulla *Sorgente di Sangemini* (Atti del V Congresso d'idrologia e climat., Firenze, 1890); *Sulla necessità di analisi rigorose delle acque minerali e termali* (Soc. med. ital. d'idr. e clim., Firenze, 1897); *Sulla origine dell'acido carbonico contenuto nelle acque sotterranee e di due acque termali sotterranee* (Perugia, 1900), e *Su di una trivellazione ai bagni di Montecatini* (Perugia, 1907), mostrando in questi, sebbene piccoli, lavori, che egli rimaneva a giorno anche delle più recenti nuove della scienza.

La serie dei viaggi avviata nel suo periodo aureo, non aveva interrotta: e nel 1897 fu in Finlandia ed in Russia, compagno piacevole e gradito a me e ad altri amici.

In quella circostanza, il sentimento di poesia, proprio di ogni verace naturalista (tant'è che lo scopritore del vero fu sempre ammiratore del bello, e ciò dicasi specialmente di noi italiani cui natura non fu avara di sue bellezze), lo indusse ad ammirare lo strano paesaggio finlandese così diverso dal nostro, il popolo civile e saggio che lo abita, parente, assai più che di

noi, dei più lontani asiatici, ed i suoi canti così originali e primitivi. Non conosceva egli a fondo quella lingua, armoniosa come la nostra ma pur tanto differente: ma dopo avere pubblicato un libro di *Ricordi e Studi su la Finlandia* (Firenze, Le Monnier 1902), prese le traduzioni inglesi dei canti finnici riuniti nel Kalevala, li intessè di elegante forma italiana. (Firenze, Scuola Tip. Calasanziana 1913).

In quel suo lavoro impiegò molti anni: quasi, si può dire, gli ultimi della sua vita. Veramente solo un toscano, vissuto a Firenze, conoscitore del paese dove i canti eran nati, usato alla esatta visione delle cose esteriori, poteva darsi a tale lavoro, sopperendo all'imperfetto conoscimento della lingua originale. Chi, adusato al linguaggio giornaliero, che è gazzettiero e dottrinale ad un tempo, ed istruito alla lingua burocratica la quale vien da tutti i paesi e non è di nessuno, insegnata nelle scuole: chi, dico, legga attentamente quella traduzione, non può a meno d'ammirare la proprietà e l'eleganza del linguaggio, la semplicità dello stile, qualità troppo aliene dagli scenziati odierni, i quali, se pure nella prima metà della vita avessero imparato le finezze e le bellezze di nostra lingua, l'altra metà debbono impiegare per disfarsene. E di quelle qualità, disusate, che eran proprie un tempo della scuola pisana con Paolo Savi a capo, dette esempio il Cocchi anche ne' suoi scritti prettamente scientifici, nei quali la chiara dizione rivela la chiarezza delle idee; e, qua e là, anche in noterelle che pubblicava nella Nuova Antologia (*I denti, zanne dell'elefante africano ed il commercio dell'avorio*, Roma, 1899).

Si spense il Cocchi, serenamente, come aveva vissuto, fra i suoi, in Livorno, il 18 agosto 1913. Fu uomo retto, di tendenze piuttosto conservatrici: e perciò, sebbene gli onori come scienziato non gli mancassero, (fu anche presidente della Società geologica e corrispondente della nostra Accademia dal 18 luglio 1891), pure, qualora, contravvenendo alla sua rigida coscienza, avesse seguìto il più o meno facile andazzo dei tempi, ne avrebbe certo avuti di maggiori. Ma per noi che lo commemoriamo, alla vita scientifica lungamente memoranda, alla incessante ed imperitura opera sua nella ricerca delle bellezze naturali paesane e nel discoprimento delle nostre ricchezze sotterranee, aggiungono ed aggiungeranno pregio le proporzioni, l'armonia, il retto vigore dell'animo, il carattere morale dell'uomo.

## PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Grassi presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando un volume di cui fa omaggio il Socio Nasini e che contiene le relazioni sui lavori eseguiti, sotto la sua direzione, nell'Istituto di Chimica generale della R. Università di Pisa durante gli anni 1910-13. Lo stesso

Segretario fa menzione di una Memoria a stampa del Corrisp. Issel intitolata: *Naturalisti e viaggiatori liguri nel secolo XIX*; di alcune pubblicazioni dei professori Agamennone e Longo; e della parte 2ª *Meteorologia*, della relazione sulla *Spedizione nazionale antartica del 1901-1904*, pubblicata dalla Società Reale di Londra.

Il Socio Dini presenta un volume, colle seguenti parole:

Ho l'onore di presentare il 1° volume delle « Opere matematiche di L. Cremona », che si pubblicano sotto gli auspicî della nostra Accademia. È superfluo il dire quanto fosse doverosa e quanto sia importante tale pubblicazione: basta ricordare che il Cremona non fu soltanto uno dei più insigni fra i geometri italiani e stranieri del suo tempo, ma fu altresì capo di una scuola, a cui diede coi suoi lavori e col suo insegnamento vita e impulso vigorosi, e da cui provennero i grandi e brillanti progressi fatti in Italia dalla geometria sintetica negli ultimi cinquant'anni.

Il presente volume contiene 31 lavori, fra i quali la classica « Introduzione ad una teoria geometrica delle curve piane » che ebbe tanta influenza nel rinnovamento degli studi geometrici nel nostro paese.

La pubblicazione dei lavori è fatta in ordine cronologico, rispettando scrupolosamente la sostanza e la forma della redazione cremoniana e inserendo, con opportuni criterî, le numerose aggiunte manoscritte apposte dal Cremona ai lavori stessi. I revisori (che furono, per questo 1° volume, Bertini, Bianchi, Fano, Loria, Montesano, Nicoletti, Pittarelli, Segre, Terracini, Torelli) aggiunsero soltanto varie note nei punti nei quali occorrevano osservazioni o schiarimenti, note che furono collocate a fine del volume.

## CONCORSI A PREMI

Il Segretario Grassi comunica i seguenti elenchi dei lavori presentati per prendere parte ai concorsi ai premi Reali e Ministeriali, scaduti col 31 dicembre 1913.

### Elenco dei lavori presentati per concorrere al premio di S. M. il Re per la *Matematica*.

(Premio di L. 10,000. — Scadenza 31 dicembre 1914).

**1.** Lauricella Giuseppe. 1) « Sulle funzioni biarmoniche » (st.). — 2) « Sulle formole che dànno la deformazione di una sfera elastica isotropa » (st.). — 3) « Sulle derivate della funzione potenziale di doppio strato » (st.). — 4) « Sulle equazioni della deformazione delle piastre elastiche cilindriche » (st.). — 5) « Sull'integrazione delle equazioni dell'equilibrio dei corpi elastici isotropi » (st.). — 6) « Sulla risoluzione del problema

di Dirichlet col metodo di Fredholm e sull'integrazione delle equazioni dell'equilibrio dei solidi elastici indefiniti » (st.). — 7) « Sul problema derivato di Dirichlet sul problema della elettrostatica e sull'integrazione delle equazioni dell'elasticità » (st.). — 8) « Sull'integrazione dell'equazione » (st.). — 9) « Sopra alcune equazioni integrali » (st.). — 10) « Sulle vibrazioni delle piastre elastiche incastrate » (st.). — 11) « Sull'integrazione dell'equazione $\Delta_2 iV = 0$ per le aree piane » (st.). — 12) « Sull'equazione integrale di 1ª specie » (st.). — 13) « Sopra alcuni potenziali logaritmici di strato lineare » (st.). — 14) « Sull'equazione integrale di 1ª specie relativa al problema di Dirichlet sul piano » (st.). — 15) « Sulla funzione potenziale di spazio corrispondente ad una assegnata azione esterna » (st.). — 16) « Sulla risoluzione dell'equazione della equazione integrale di 1ª specie ». (st.). — 17) « Sopra i nuclei reiterati » (st.). — 18) « Sulla distribuzione della massa nell'interno dei pianeti » (st.). — 19) « Sulla risoluzione delle equazioni integro-differenziali dell'equilibrio dei corpi elastici isotropi per dati spostamenti in superficie » (st.). — 20) « Sulla chiusura di sistemi di funzioni ortogonali e dei nuclei delle equazioni integrali » (st.). — 21) « Commemorazione del Corrispondente Cesare Arzelà » (st.). — 22) « Sopra le funzioni permutabili di 2ª specie » (st.). — 23) « Su di una classe di equazioni alle derivate parziali del secondo ordine » (st.). — 24) « Sulla deformazione di una sfera elastica isotropa per dati spostamenti in superficie » (st.). — 25) « Sull'integrazione delle equazioni dell'equilibrio dei corpi elastici isotropi » (st.). — 26) « Applicazione della teoria di Fredholm al problema di raffreddamento dei corpi » (st.). — 27) « Sulle equazioni integrali » (st ). — 28) « Sopra l'algebra delle funzioni permutabili di 2ª specie » (st.). — 29) « Sulla deformazione di una sfera elastica isotropa per date tensioni in superficie » (st.). — 30) « Alcune applicazioni della teoria delle equazioni funzionali alla fisica matematica » (st.). — 31) « Sui potenziali elastici ritardati » (st.). — 32) « Sull'integrazione delle equazioni della propagazione del calore » (st.). — 33) « Calcolo di alcuni determinanti » (st.). — 34) « Valentino Cerruti » (st.). — 35) « Sull'equazione $\Delta_2 iV = 0$ e su alcune estensioni delle equazioni dell'equilibrio dei corpi elastici isotropi » (st.). — 36) « L'opera dei matematici italiani nei recenti progressi della teoria delle funzioni di variabile reale e delle equazioni integrali » (st.). — 37) « Recensione: Ernest Richard Neumann » (st.). — 38) « Sopra gli sviluppi, in serie, di funzioni ortogonali » (st.). — 39) « Intorno alle derivate normali della funzione potenziale di superficie » (st.).

2. Severi Francesco. 1) « Sugli spazî plurisecanti di una semplice infinità razionale di spazî » (st ). — 2) « Sulle intersezioni delle varietà algebriche, e sopra i loro caratteri e singolarità proiettive » (st.). — 3) « Sul principio della conservazione del numero » (st.). — 4) « Rappresentazione di una forma qualunque per combinazione lineare di più altre » (st.). — 5) « Su alcune pro-

prietà dei moduli di forme algebriche » (st.). — 6) « Il genere aritmetico ed il genere lineare in relazione alle reti di curve tracciate sopra una superficie algebrica » (st.). — 7) « Sulle superficie che rappresentaao le coppie di punti di una curva algebrica » (st.). — 8) « Su alcune questioni di postulazione » (st.). — 9) « Sulle relazioni che legano i caratteri invarianti di due superficie in corrispondenza algebrica » (st.) — 10) « Sulle corrispondenze fra i punti di una curva algebrica e fra certe classi di superficie » (st.). — 11) « Sulla deficienza della serie caratteristica di un sistema lineare di curve appartenente ad una superficie algebrica » (st.). — 12) « Osservazioni sui sistemi continui di curve appartenenti ad una superficie algebrica » (st.). — 13) « Sulle superficie algebriche che posseggono integrali di Picard della seconda specie » (st.). — 14) « Sulla differenza fra i numeri degl' integrali di Picard della prima e della seconda specie, appartenenti ad una superficie irregolare » (st.). — 15) « Sulla totalità delle curve algebriche tracciate sopra una superficie algebrica » (st.). — 16) « Intorno alla costruzione dei sistemi completi non lineari, che appartengono ad una superficie irregolare » (st.). — 17) « Il teorema d'Abel sulle superficie algebriche » (st.). — 18) « Sul teorema di Riemann-Roch e sulle serie continue di curve appartenenti ad una superficie algebrica » (st.). — 19) « Sulle curve algebriche virtuali, appartenenti ad una superficie algebrica » (st.). — 20) « Intorno al teorema d'Abel sulle superficie algebriche, ed alla riduzione a forma normale degl' integrali di Picard » (st.). — 21) « Osservazioni varie di geometria sopra una superficie algebrica e sopra una varietà » (st ). — 22) « Una proprietà delle forme algebriche prive di punti multipli » (st ). — 23) « Intorno alle superficie iperellittiche (con F. Enriques) » (st.). — 24) « Intorno alle superficie iperellittiche irregolari (con F. Enriques) » (st.). — 25) « Alcune proposizioni fondamentali per la geometria sulle varietà algebriche » (st.). — 26) « Fondamenti per la geometria sulle varietà algebriche » (st.). — 27) « Sulle superficie algebriche che ammettono un gruppo continuo permutabile, a due parametri, di trasformazioni birazionali » (st.). — 28) « Osservazioni sul Restsatz per le curve iperspaziali » (st.). — 29) « Appunti di geometria algebrica » (st.). — 30) « Sulla regolarità del sistema aggiunto ad un sistema lineare di curve, appartenente ad una superficie algebrica (st.). — 31) « La base minima per la totalità delle curve tracciate sopra una superficie algebrica » (ms.). — 32) « Le superficie algebriche con curva canonica d'ordine zero » (st.). — 33) « Uno sguardo d'insieme alla geometria sopra una superficie algebrica » (st.). — 34) « Complementi alla teoria della base per la totalità delle curve di una superficie algebrica » (st.). — 35) « Alcune relazioni di equivalenza tra gruppi di punti di una curva algebrica, o tra curve di una superficie » (st.). — 36) « Sulle superficie e varietà algebriche irregolari, di genere geometrico nullo » (st.). — 37) « Sugli integrali semplici di 1ª specie appartenenti ad una superficie

algebrica » (ms.). — 38) « Le corrispondenze fra i punti d'una curva variabile in un sistema lineare sopra una superficie algebrica » (st.). — 39) « Relazioni fra gl'integrali semplici e gl'integrali multipli di 1ª specie di una varietà algebrica (st.). — 40) « Risposta ad un'osservazione del sig. De Franchis » (st.). — 41) Sulle superficie irregolari con infinite curve razionali » (st.). — 42) « Un teorema d'inversione per gl'integrali semplici di 1ª specie appartenenti ad una superficie algebrica (st.). — 43) « Sopra alcune proprietà aritmetiche delle corrispondenze fra i punti di una curva algebrica » (st.).

3. Midolo Pasquale. « Archimede e il suo tempo » (st.).

Elenco dei lavori presentati per concorrere al premio di S. M. il Re per la *Fisiologia normale* e *patologica*.

(Premio L. 10,000. — Scadenza 31 dicembre 1913).

1. Barbieri Alberto. 1) « La polidialisi » (ms.). — 2) « Nuovi metodi per l'analisi rapida del giallo d'ovo » (ms.). — 3) « Sulla materia colorante del giallo d'ovo o ovocromina » (ms.). — 4) « Non esistenza del fosforo organico e dell'acido glicer-fosforico nelle strutture biologiche, animali e vegetali » (ms.). — 5) « Non esistenza della rodopsina o porpora retinica » (ms.). — 6) « Sulla croccina della retina degli uccelli » (ms.). — 7) « Tessuto nervoso » (ms.). — 8) « Il sistema del grande simpatico non è un tessuto nervoso » (ms.). — 9) « La retina non contiene i principî chimici del nervo ottico » (ms.). — 10) « Nella serie dei vertebrati e degli invertebrati, il nervo ottico non si termina mai nella retina » (ms.). — 11) « La struttura del sistema nervoso centrale e periferico » (st.). — 12) « Tecnica per l'estirpazione della papilla ottica nel gatto » (ms.). — 13) « La sutura e la *greffe* delle arterie » (ms.). — 14) « Le radici posteriori spinali sono motrici » (ms.). — 15) « Le radici spinali posteriori sono motrici anche nell'arto separato dal tronco » (ms.). — 16) « Il neuroplasma è mobile » (ms.).

2. Bocci Balduino. 1) « La meccanica del cuore » (st.). — 2) « La teoria dell'udizione più consentanea alla complessa morfologia dell'organo del Corti » (st.). — 3) « Il meccanismo dell'accomodazione oculare per la distanza: prove subiettive nell'uomo ed obiettive nell'animale » (st.). — 4) « La semplificazione degli enzimi col metodo combinato dell'autolisi e della dialisi. Sinergia enzimatica ed analàsi » (st.). — 5) « Peregrinazione di un fisiologo nell'arte, nella vita, nella morale » (st.). — 6) « Il dinamismo cerebrale del genio: Giacomo Leopardi » (st.). — 7) « Giacomo Leopardi; rivendicazione » (st.).

3. Bottazzi Filippo. 1) « Memorie varie di chimica fisica applicata alla fisiologia » (st.). — 2) « Memorie varie di fisiologia dei muscoli » (st.). — 3) « La funzione muscolare; con un vol. di tav. » (ms.).

4. Fichera Gaetano. 1) « Ricerche varie, voll. 2 » (st.). — 2) « Questioni oncologiche, voll. 4 » (st.).

5. Lomonaco Domenico. — 1) « Sulla fisiologia di alcune delle parti più interne e meno aggredibili del cervello » (st.). — 2) « Sulla fisiologia dei tubercoli quadrigemini e dei lobi ottici » (st.). — 3) « Sulla cecità consecutiva all'asportazione dei lobi occipitali e dei talami ottici » (ms.). — 4) « L'azione degli idrati di carbonio sulle secrezioni » (st.).

6. Negro Camillo. « Ricerche sperimentali di elettrofisiologia circa l'azione che sui nervi motori della rana esercitano le scariche elettriche a basso potenziale, ottenute a circuito aperto dai singoli poli di coppie voltaiche » (ms.).

7. Petrone Angelo. « Otto anni ancora di ricerche sull'esistenza di un nucleo nell'emasia adulta dei mammiferi » (st.).

8. Segale Mario. 1) « Tecnica di esame e limite dei valori normali di $\Delta \times \eta$ » (st.). — 2) « $\Delta \times \eta$ nella anuria sperimentale » (st.). — 3) « $\Delta \times \eta$ nella tiroidectomia e nella paratiroidectomia » (st.). — 4) « $\Delta \times \eta$ nella capsulectomia surrenale totale » (st.). — 5) « $\Delta \times \eta$ nella splenectomia » (st.). — 6) « La reazione attuale del siero di sangue degli paratiroidati » (st.). — 7) « Se la funzione complementare del siero sia in rapporto colle variazioni di tensione superficiale di esso » (st.). — 8) « Sulla modificabilità delle abnormi costanti energetiche in biologia » (st.). — 9) « Sul meccanismo della intossicazione anafilattica da siero » (st.). — 10) « La capacità respiratoria del sangue, la reazione attuale e gli aminoacidi del siero nella anafilassi di siero » (st.). — 11) « La intossicazione da peptone Witte, e i suoi rapporti colle intossicazioni dette anafilattiche da tossipeptidi » (st.). — 12) « Controlli sperimentali alla ipotesi di Besredka sul meccanismo del processo anafilattico » (st.). — 13) « Nella anafilassi da siero la sostanza preparante e la sostanza capace di dare lo scoppio non sono identiche » (st.). — 14) « Sulla presunta importanza del complemento nella produzione dello *schoch* anafilattico » (st.). — 15) Sul ricambio nella anafilassi da siero » (st.). — 16) Studî biochimici sul sangue del coleroso » (st.). — 17) « Sul contenuto, in glicogeno, del fegato e del sangue dei colerosi » (st.). — 18) « Ricerche anatomo-patologiche, batteriologiche e biochimiche, su tre feti di colerosi » (st.). — 19) « Modificazione di tensione superficiale e di viscosità indotte nel latte dall'idrato di sodio, e loro importanza per i dosaggi del grasso » (st.). — 20) « Sull'arrossamento del latte in presenza di NaOH » (st ). — 21) Sulla azione battericida dei complessi lipoidei » (st.). — 22) « Il siero sifilitico ozonizzato acquista proprietà fissatrici per il complemento » (st.). — 23) « Ricerche termo-calorimetriche sugli ultimi periodi di vita » (st.). — 24) « La termogenesi negli aumenti di temperatura ambiente » (st.). — 25) « La termocalorimetria del colpo di calore » (st.). — 26 « Studî termocalorimetrici nella anafilassi da siero »

(st.). — 27) « Reperti termocalorimetrici in alcune ipertermie sperimentali » (st.). — 28) « Sui calori specifici » (st.).

9. Zanotti Pirro. « Saggi sulla biologia degli stafilococchi » ; con tavole (ms.).

Elenco dei lavori presentati ai concorsi ai premi del Ministero della Pubblica Istruzione, per le *Scienze naturali*.

(Scadenza 31 dicembre 1913. — Due premi di L. 2000 ciascuno).

1. Acqua Camillo. 1) « Sul valore dell'apice radicale quale centro per la geopercezione » (st.). — 2) « Sui fenomeni della così detta respirazione inorganica » (st.). — 3) « L'azione dell'uranio sulla cellula vegetale » (st.). — 4) « Sulla diffusione degli ioni nel corpo delle piante, in rapporto specialmente al luogo di formazione delle sostanze proteiche » (st.). — 5) « Sul significato dei depositi originatisi nell'interno di piante coltivate in soluzioni di sali di manganese » (st.). — 6) « La degenerazione nucleare provocata dall'uranio nella cellula vegetale » (st.). — 7) « Nuove ricerche sulla diffusione o localizzazione degli ioni nel corpo delle piante. Esperienze con il cerio » (st.). — 8) « Esistono fenomeni psicologici nei vegetali? » (st.). — 9) « La liberazione di energia nei processi respiratorî delle piante » (ms.).

2. Arcangeli Alceste. 1) « Sopra due specie di *Armadillidium* della fauna italiana » (st.). — 2) « La muscolatura delle ossa faringee di *Carassius auratus* L., e la sua funzione » (st.). — 3) « Osservazione sopra le glandule mucipare ed i noduli linfatici dell'esofago del colombo » (st.). — 4) « Isopodi terrestri, nuovi o poco noti, di Italia » (st.). — 5) La collezione di Isopodi terrestri del R. Museo di Zoologia degli Invertebrati di Firenze. Con aggiunte ed annotazioni » (ms.). — 6) Escursioni zoologiche del dott. Enrico Festa nell'isola di Rodi. Isopodi » (st.). — 7) « Haempel O., *Leitfaden der Biologie der Fische*. Recensione » (st.). — 8) « Supino F., *Idrobiologia applicata*. Recensione » (st.). — 9) « Accomazzo P., *Piscicoltura di stagno*: *l'allevamento della carpa*. Recensione » (st.).

3. Barsali Egidio. 1) « Appunti sul male dell'inchiostro nel castagno » (st.). — 2) « Primo contributo alla epaticologia umbra » (st.). — 3) « Sulla macroflora del lago Trasimeno o di Perugia » (st.). — 4) « Sull'effetto dell'incatramatura delle vie a Livorno » (st.). — 5) « Sulla flora ruderale di Perugia » (ms.). — 6) « Prodromo della flora umbra » (ms.).

4. Bezzi Mario. 1) « Diptères » (st.). — 2) « Études systématiques sur les muscides hématophages du genre *lyperosia* » (st.). — 3) « Miodarii superiori raccolti dal sig. C. W. Howard nell'Africa australe orientale » (st.). — 4) « Eine seltene Fliege von Weltverbreitung (Dipt.) » (st.) — 5) « Sobre tres interessantes Dipteros de S. Paulo » (st.). — 6) « Report on a collection of *Bombyliidae* (Diptera) from Central Africa, with description

of new species » (st.). — 7) « Sur une nouvelle espèce de Diptère de la Tunisie méridionale, et liste générale des Asilides de la Tunisie » (st.). — 8) « Diptera peninsulae Ibericae » (st.). — 9) « Rhagionidae et empididae ex insula Formosa » (st.). — 10) « Diptères recueillis au Congo » (st.). — 11) « Ditteri raccolti da Leonardo Fea durante il suo viaggio nell'Africa occidentale » (st.). — 12) « Intorno ad alcune Ceratitis raccolte nell'Africa occidentale dal prof. F. Silvestri » (st.). — 13) « Clunio adriaticus *Schiner* » (st.). — 14) « Altre Ceratitis africane allevate dal prof. F. Silvestri » (st.). — 15) « Einege Bemerkungen über die Dipterengattungen Auchmeromyia und Bengalia » (st.). — 16) « Blefaroceridi italiani » (st.). — 17) « Einige alte u. neuve Namen bei den Dipteren » (st.). — 18) « Indian Trypaneids (Fruit-Flies) in the Collection of the Indian Museum » (st.).

5. Cacciamali G. B. 1) « I brontidi » (st.). — 2) « La falda di ricoprimento del monte Guglielmo, con premesso schizzo tectonico della Lombardia orientale » (st.). — 3) « La geologia bresciana alla luce dei nuovi concetti orogenici » (st.). — 4) « Il territorio dei comuni di Gussago e Cellatica, sotto l'aspetto geologico-viticolo » (st.). — 5) « Il territorio dei comuni di Portese e San Felice di Scovolo, sotto l'aspetto geologico-viticolo » (st.). — 6) « Struttura geologica del gruppo del Guglielmo » (st.). — 7) « Revisione della geologia Camuna » (st.). — 8) « L'altopiano di Borno » (st.).

6. Cannaviello Enrico Franco. 1) « Pesci e pesca di acqua dolce, con tavole » (ms.). — 2) « Le lagune di Varano, con tavole » (ms.).

7. Chelussi Italo. 1) « Cinque saggi di fondo del lago Maggiore » (st.). — 2) « Di alcuni saggi di fondo del mar Rosso » (st.). — 3) « Appunti di psammografia ligure » (st.). — 4) « Le sabbie di tre pozzi trivellati nelle provincie di Padova e Ferrara » (st.). — 5) Psammografia di alcuni pozzi trivellati della pianura Padana » (st.). — 6) « Contribuzioni alla psammografia dei litorali italiani » (st.). — 7) « Nuove contribuzioni alla psammografia dei litorali italiani » (st.). — 8) « Studio petrografico di alcune sabbie marine del litorale jonico e di quello tirrenico da Reggio Calabria a Napoli » (st.). — 9) « Alcune sabbie marine del litorale ligure » (st). — 10) « Nuove ricerche in roccie terziarie di sedimento » (st.). — 11) « Studio petrografico di alcune rocce estere » (st.). — 12) « Di alcuni saggi di fondo del Mediterraneo » (st.). — 13) « Nuove ricerche petrografiche sopra alcuni fondi di mare del Mediterraneo » (st.). — 14) « Sulla natura e sulla origine dei conglomerati terziarî delle colline di Torino » (st.). — 15) « Alcune sabbie marine della Sicilia » (ms.). — 16) « Di alcuni ciottoli cristallini del conglomerato di Campobasso » (ms.).

8. Comes Salvatore. 1) « Riproduzione e morfologia di *Dinenympha gracilis* Leidy flagellato, ospite dell'intestino dei Termitidi » (st.). — 2) « Fenomeni nucleari e fasi riproduttive in *Pyrsonympha flagellata* Grassi » (st.). — 3) « Effetti della decapitazione in *Calotermes flavicollis* e in altri

Artropodi » (st.). — 4) « Apparato reticolare o condrioma? Condriocinesi o dittocinesi? » (st.). — 5) « Notizie sulla morfologia e riproduzione di *Monocercomonas termitis* » (ms.). — 6) « Importanza delle fibre della glìa per spiegare il meccanismo di movimento nei Lombricidi » (ms.).

9. De Stefano Giuseppe. « Sui pesci pliocenici dell'Imolese » (st.). — 2) « Studio sui pesci fossili della pietra di Bismantova (Reggio Emilia) » (st.). — 3) « I mammiferi preistorici dell'Imolese » (st.). — 4) « Appunti sulla ittiofauna fossile dell'Emilia » (st.). — 5) « La ittiofauna del mare pliocenico italiano » (st.). — 6) « Sul chelone (euclastes) melii misuri sp. del calcare miocenico Leccese » (st.). — 7) « Studio sopra due forme fossili del gen. *Bos* Linneo, attribuite al quaternario dell'isola di Pianosa » (st.). — 8) « Alcuni avanzi di mammiferi fossili attribuiti al quaternario dell'isola di Pianosa » (st.). — 9) I cervi e le antilopi fossili, attribuiti al quaternario dell'isola di Pianosa » (st.). — 10) « Osservazioni paleontologiche e deduzioni cronologiche sulla fauna dei mammiferi fossili attribuiti al quaternario dell'isola di Pianosa » (st.).

10. Drago Umberto. « Sul movimento di progressione delle proglottidi di *Taenia saginata*, e suo valore biologico » (st.).

11. Fiori Andrea. 1) « Dalle mie recenti caccie di Malthodes » (st.). — 2) « Sulla estrema variabilità dei caratteri in alcuni curculionidi italiani » (st.). — 3) « Pselafidi di Sicilia » (st.). — 4) « Gli *Arcinopus* di Sicilia » (st.). — 5) « I *Chaenius festivus* Fab. di Sicilia » (st.). — 6) « Studio sopra alcune specie dei generi *Leistus* e *Nebria* » (st.). — 7) « Appunti sulla fauna coleottorologica dell'Italia meridionale e della Sicilia » (ms.).

12. Gibelli Gaetano. « L'uomo viene dal mare » (ms.).

13. Giovannozzi Ugo. 1) « Intorno al sughero delle monocotiledoni » (st.). — 2) « Sul significato del dimorfismo dei granuli di clorofilla in alcune piante » (st.). — 3) « Studio sulla distribuzione delle masse montuose nell'Appennino Centrale » (st.).

14. Griffini Achille. 1) « I pesci, gli anfibii, i rettili » (st.). — 2) « Catalogo sinonimico e sistematico dei Grillacridi africani, con nuove osservazioni sopra alcune specie » (st.). — 3) « Sulla *Gryllaris armata* Walker, e sopra una nuova specie congenere » (st.). — 4) « La rigenerazione delle zampe negli Ortotteri saltatori » (st.). — 5) « Note critiche e sinonimiche sopra alcuni Grillacridi e Stenopelmatidi descritti da antichi autori » (st.). — 6) « Descrizione d'una nuova specie e d'una nuova varietà del genere *Gryllaris* Serv. » (st.). — 7) « Notes sur quelques *Gryllacridae* du Musée Zoologique de l'Acad. Impér. des Sciences de St. Pétersbourg » (st.). — 8) Nuovi studi sopra alcuni Grillacridi del Museo Nazionale di Budapest » (st.). — 9) « Note sopra alcuni Stenopelmatidi e Grillacridi del Museo di Saravak » (st.). — 10) « Descrizione di due nuove *Gryllacris* » (st.). — 11) « Le specie del gen. *Hyperbaenus* Brunner: studio monografico » (st.). — 12) « Un

nuovo genere di Grillacridi dell'Africa orientale » (st.). — 13) « Recensione dei seguenti lavori di F. Brocher: *Observations biologiques sur quelques Diptères et Hymenoptères dits aquatiques; Observations biologiques sur quelques Insectes aquatiques; Recherches sur la respiration des insects aquatiques adultes; Les Dyticidès* » (st.). — 14) « Viaggio del dott E. Festa nel Darien, nell'Ecuador e regioni vicine; XXIV: Gryllacridae » (st.). — 15) « Prospetto delle *Grillacris* abitanti la nuova Guinea e le isole più vicine » (st.). — 16) « Studî sui Grillacridi del Museo Civico di storia naturale di Genova » (st.). — 17) « Sopra una piccola collezione di Grillacridi del Museo sud-africano di Capetown » (st.). — 18) « Grillacridi e Stenopelmatidi raccolti nella Nuova Guinea dal prof. L. Schultze » (st.). — 19) « Studî sui Grillacridi del K. Zoologisches Museum di Berlino » (st.). — 20) « Le testuggini gigantesche » (st.). — 21) « Le specie africane del gen. *Neanias Brunner*; studio monografico » (st.). — 22) « Note intorno ad alcuni Grillacridi e Stenopelmatidi del Museum d'Histoire Naturelle de Genève » (st.). — 23) Stenopelmatidi raccolti da L. Birò nella Nuova Guinea » (st.). — 24) « Il genere *Spizaphilus Kirby* e le sue specie » (st.). — 25) « I Camaleonti » (st.). — 26) « Di alcune Gryllacris di Madagascar, osservate nelle collezioni del K. Zoog. Hofmuseum di Vienna e del Museum d'Hist. Natur. di Parigi » (st.). — 27) « Description de nouvelles espèces de *Gryllacridae* et *Stenopelmatidae* du Museum d'Hist. Natur. de Paris » (st.). — 28) « Prospectus Gryllacridarum Borneensium » (st.). — 29) Descrizione della *Gryllacris Grassii*, nuova specie dell'Isola di Borneo » (st.). — 30) « Studi sopra alcuni Grillacridi del k. k. Naturhistor. Hofmuseum di Vienna: Specie etiopiche e papuane » (st.). — 31) Recensioni dei seguenti manuali: G. Mantero, Il libro delle Farfalle; A. Senna, Le Farfalle » (st.). — 32) Strane variazioni individuali in alcune specie di Coleotteri » (st.). — 33) « Intorno ad alcuni Stenopelmatidi del Museum d'Histoire Naturelle di Parigi » (st.). — 34) « Le Zebre » (st.). — 35) « Note sopra Grillacridi australiani, indo-malesi ed etiopici, del Museo d'Histoire Naturelle di Parigi » (st.). — 36) « Il Cane » (st.). — 37) « Intorno a due Bonte-quaggi del Museo di Tring » (st.). — 38) « Recensioni dei seguenti lavori: C. Wesenberg-Lund « Biologische studien ueber Dytisciden »; F. Brocher « L'Aquarium de Chambre » (st.). — 39) « Intorno a tre specie di Grillacridi di Los Banos (Isole Filippine) » (st.). — 40 « Sopra alcuni Grillacridi e Stenopelmatidi della collezione Pantel » (st.). — 41) « Recensione del lavoro di A. Berlese « La distruzione della mosca domestica » (st.). — 42) « Gryllacridae, in Die Fauna Sudwest Australiens » (st.). — 43) « Modificazioni ed innovazioni recentemente proposte nella classificazione generale dei mammiferi » (st.). — 44) « Descrizione di alcune *Gryllacris* nuove o poco note del Museo Nazionale di Budapest » (st.). — 45) « Sulla *Gryllacris biguttata* Staol, e sopra una sua nuova varietà » (st.). — 46) *Les*

*Grillacridae* de Java » (st.). — 47) « Alcune considerazioni delle Zebre e sui loro ibridi » (st.). — 48) « Studi sui Grillacridi dell'Indian Museum di Calcutta (st.).

**15.** Mola Pasquale. « I rotiferi delle acque dolci della Sardegna » con tav. (ms.).

**16.** Noelli Alberto. 1) « La vegetazione del terrazzo diluviale di Rondissone (Torino) » (st.). — 2) « Micromiceti del Piemonte » (st.). — 3) « Flora ruderale torinese » (st.). — 4) « Mutinus levoniensis » (ms.).

**17.** Panichi Ugo. 1) « Sul Topazio dell'Elba » (st.). — 2) « Sui minerali del giacimento di Tiriolo: I. Il Giacimento. - II. Minerali non prima osservati » (st.). — 3) « Minerali che accompagnano il giacimento ferrifero della Buca della Vena (Stazzema) » (st.). — 4) « Molibdenite ed altri minerali di Bisongi e di Pazzano (prov. di Reggio Calabria) » (st.). — 5) « Solfo di Muthmann osservato all'Isola di Vulcano » (st.). — 6) « Sullo zolfo di Vulcano (Isole Eolie) » (st.). — 7) « Millosevichite. Nuovo minerale del Faraglione di Levante nell'Isola di Vulcano » (st.). — 8) « Sulla Breislakite » (st.). — 9) « Contributo allo studio dei minerali di Vulcano » (ms).

**18.** Razzauti Alberto. 1) « Sopra la minuta innervazione degli organi a fossetta e dei bottoni terminali cutanei dei Petromizonti » (st.). — 2) « Sopra la questione delle cellule epidermiche sensorie sparse dei Petromizonti » (st.). — 3) « Presenza e danni del *Pantomorus* Fulleri in Italia » (st.). — 4) « Contributo allo studio dell'Édafon. - I. Una nuova forma di stafilinide edafico » (st ). — 5) « Ricerche istologiche sopra gli organi cutanei di senso dei Petromizonti » (ms.). — 6) « Corso di scienze fisiche e naturali per le scuole normali (con A. Battelli) » (st.).

**19.** Silvestri Alfredo. 1) « Sulla vera natura dei ' Palaeodictyon ' » (st.). — 2) « Lagenine terziarie italiane » (st.). — 3) « Spicole di tetractinellidi rinvenute da Ambrogio Soldani nei sedimenti del Mediterraneo » (st.). — 4) « Sulla struttura di una cristellaria pliocenica » (st.). — 5) « Distribuzione geografica e geologica di due lepidocicline comuni nel terziario italiano » (st.). — 6) « La *Marginulfina fissicostata* (Gümbel) del Pliocene della Farnesina » (st.). — 7) « Nuove notizie sui fossili cretacei della contrada Calcasacco presso Termini-Imerese (Palermo) » (st.).

**20.** Zodda Giuseppe. 1) « Briofite sicule » (st.). — 2) « Une nouvelle variété de mousse de la Sardaigne » (st.). — 3) « Una stazione singolare per i muschi » (st.). — 4) « Sul parassitismo del *Bryum capillare* L. » (st.). — 5) « Nuovo contributo alla briologia sicula » (st.). — 6) « Contributo alla briologia veneta » (st.). — 7) « Le briofite del messinese » (st.). — 8) « Studio briogeografico sulla Basilicata » (st.). — 9) « Manipolo di briofite della Tripolitania » (st.).

E. M.